

সরল ও যৌগিক মুনাফা

সরল সুদের সাধারণ নিয়ম

০১. ৬% হারে ১০,০০০ টাকার ৯ মাসের সুদ কত হবে? (২৫তম বিসিএস)

- (ক) ১৮০ টাকা (খ) ২০০ টাকা
(গ) ২৫০ টাকা (ঘ) ৪৫০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ১০০০০ এর ৬% = ৬০০ টাকা হলে ১ বছর বা ১২ মাসের সুদ।

$$\therefore ৯ মাসের সুদ হবে \frac{৬০০ \times ৯}{১২} = ৪৫০ \text{ টাকা। (১২ মাস দিয়ে ভাগ করে ৯ মাস দিয়ে গুণ)}$$

সুদের হার বের করা

০২. ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৪% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হারে মুনাফা পাওয়া যাবে? (৩৭-তম বিসিএস)

- (ক) ৭% (খ) ৭.২%
(গ) ৪% (ঘ) ৪.২% উত্তর: খ

সমাধান: ১০% হারে ৩০০০ টাকার মুনাফা ৩০০ এর ১০% = ৩০০ টাকা।

আবার ৪% হারে ২০০০ টাকার মুনাফা ২০০ এর ৪% = ৮০ টাকা।

এখন সর্বমোট মূলধন ৩০০০ + ২০০০ = ৫০০০ টাকার মোট মুনাফা ৩০০ + ৮০ = ৩৮০

\therefore গড়ে মুনাফার হার হবে, ৫০০০ টাকায় মুনাফা ৩৮০ টাকা হলে, ১ টাকায় হবে $\frac{৩৮০}{৫০০০}$ টাকা

এবং ১০০ টাকায় হবে $\frac{৩৮০ \times ১০০}{৫০০০} = ৭.৬$ টাকা বা ৭.৬%। (উত্তর)

$$\text{মোট সুদের পরিমাণ } ৩০০ + ৮০ = ৩৮০$$

$$\text{সুদের হার} = \frac{৩৮০ \times ১০০}{৫০০০} = ৭.৬\%$$

০৩. কোন আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়।

মুনাফা, আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে মুনাফার হার কত? (৩৮তম বিসিএস)

- (ক) ১০% (খ) ১২.৫%
(গ) ১৫% (ঘ) ১২% উত্তর: খ

সমাধান: আসল C টাকা হলে সুদ = ৩ টাকা এবং

সুদাসল $C + ৩ = ১১$ টাকা

এখন, সুদাসল ১১ " " " = C টাকা।

$$\therefore " ১ " " " = \frac{C}{১১}$$

$$\therefore " ৫৫০০ " " " = \frac{C \times ৫৫০০}{১১} = ৪০০০ \text{ টাকা।}$$

সুতরাং সুদ = ৫৫০০ - ৪০০০ = ১৫০০ টাকা।

আবার,

৪০০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ১৫০০ টাকা।

$$\therefore ১ " ১ " " = \frac{১৫০০}{৪০০০ \times ৩}$$

$$\therefore ১০০ " ১ " " = \frac{১৫০০ \times ১০০}{৪০০০ \times ৩} = ১২.৫\%$$

মাত্র ১০ লেকেতে সমাধান:

৩ বছরে সুদের হার $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে ১ বছরে সুদের হার হবে $\frac{১}{৮}$ অংশ।

$$\frac{১}{৮} \text{ কে শতকরায় প্রকাশ করতে } \frac{১ \times ১০০}{৮} = ১২.৫\%$$

$$(\text{আসল যা ই হোক } \frac{১}{৮} = ১২.৫\% \text{ ই})$$

০৪. ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৫০০ টাকা হলে সুদের হার কত? (১৬তম বিসিএস)

- (ক) ১০% (খ) ১২%
(গ) ১৪% (ঘ) ১৫% উত্তর: ক

সমাধান:

$৫০০ \times ৪ = ২০০০$ (৫০০ টাকা করে ৪ বছরের সুদ এবং ২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ একই)

$৬০০ \times ৫ = ৩০০০$ (৬০০ টাকা করে ৫ বছরের সুদ এবং ৩০০০ টাকার ১ বছরের সুদ একই)

$(২০০০ + ৩০০০) = ৫০০০$ টাকার ১ বছরের সুদ ৫০০ টাকা

$$\text{তাই } ১০০ \text{ টাকার সুদ হবে } \frac{৫০০ \times ১০০}{৫০০০} = ১০ \text{ টাকা বা } ১০\%$$

বিকল্প সমাধান:

৫০০ টাকার ৪ বছর = ১০০ টাকার ৫ \times ৪ = ২০ বছর। (বছরকে মেনানোর জন্য এভাবে)

ইনসেশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩২৬ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

৬০০ টাকার ৫ বছর = ১০০ টাকার ৬ × ৫ = ৩০ বছর।

সুতরাং ১০০ টাকার ২০ + ৩০ = ৫০ বছরের সুদ একত্রে ৫০০ টাকা হলে

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ হবে ৫০০ ÷ ৫০ = ১০ টাকা বা ১০%

০৫. ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৪% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হার মুনাফা পাওয়া যাবে? [৩৭তম বিসিএস]

(ক) ৯% (খ) ৯.২%

(গ) ৮% (ঘ) ৮.২%

উত্তর: খ

সমাধান:

$$I_1 = P_1 n_1 r_1 = \frac{3000 \times 1 \times 10}{100} = 300 \text{ টাকা}$$

$$I_2 = P_2 n_2 r_2 = \frac{2000 \times 1 \times 4}{100} = 80 \text{ টাকা}$$

মোট মুনাফা = (৩০০ + ৮০) = ৩৮০ টাকা

মোট মূলধন = (৩০০০ + ২০০০) = ৫০০০ টাকা

$$\therefore \text{মোট মূলধনের উপর মুনাফার হার} = \frac{380 \times 100}{5000} \% = 7.6\% \text{ (উত্তর)}$$

আসল বের করা :

আসল বের করার সময় প্রশ্নে আসল বা মূলধন দেয়া না থাকলে ১০০ ধরে হিসেব শুরু করতে হবে। অথবা, সরাসরি $I = Prt$ সূত্রের মাধ্যমেও বের করতে পারেন।

০৬. কোনো মূলধন ৩ বছরে সরল সুদে-মুদে ১১০০০ টাকা

হয়। সুদ আসলের $\frac{3}{4}$ অংশ হলে আসল ও সুদের হার

নির্ণয় করুন। [২১তম বিসিএস (লিখিত)]

(ক) আসল ৫০০০ টাকা ও সুদের হার ৭.৫%

(খ) আসল ৭৮০০ টাকা ও সুদের হার ৭.৫%

(গ) আসল ৮০০০ টাকা ও সুদের হার ৬.৫%

(ঘ) ৮০০০ এবং ১২.৫%

উত্তর: ঘ

সমাধান: ১১০০০ কে ৮০০০ এবং ৩০০০ এ ভেঙ্গে সুদের হার বের করুন।

সরল সুদের ক্ষেত্রে সূত্র, $I = Prt$

I (লাভ বা সুদ) = P (মূলধন) n (বছর) r (সুদের হার)

$$\text{বা, } 3000 = 8000 \times 3 \times r\%$$

$$\text{বা, } r = \frac{3000 \times 100}{8000 \times 3}$$

$$\therefore r = 12.5\% \text{ (উত্তর)}$$

উত্তর: আসল ৮০০০ টাকা এবং সুদের হার ১২.৫%।

০৭. বার্ষিক ৪.৫% হার সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করলে ৪ বছরে তা ৮২৬ টাকা হবে? [২০তম বিসিএস]

(ক) ৫৬০

(খ) ৭০০

(গ) ৮০০

(ঘ) ৬৫০

উত্তর: খ

সমাধান: আসল ১০০ হলে ৪.৫% হারে ৪ বছরের সুদাসল = $100 + (8.5 \times 4) = 114$

সুদাসল ১১৪ হলে আসল = ১০০ টাকা।

$$\therefore " 826 " " = \frac{100 \times 826}{114} = 724 \text{ টাকা।}$$

সময় বের করা :

মোট সুদ বের করে সেই সুদকে ১ বছরের সুদ দিয়ে ভাগ করলে কত সময় লাগবে তা বের হবে।

০৮. ৪৫০ টাকা বার্ষিক ৬% সুদে কত বছরে সুদে-আসলে ৫৫৮ টাকা হবে? [৪০তম বিসিএস]

(ক) ৩ বছরে

(খ) ৪ বছরে

(গ) ৫ বছরে

(ঘ) ৬ বছরে

উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট সুদ = ৫৫৮ - ৪৫০ = ১০৮ টাকা

১ বছরের সুদ = ৪৫০ এর ৬% = ২৭ টাকা।

২৭ টাকা সুদ হতে সময় লাগে = ১ বছর

$$\therefore 1 " " " " " = \frac{1}{27} \text{ বছর।}$$

$$\therefore 108 " " " " " = \frac{108}{27} = 4 \text{ (উত্তর)}$$

$$I = Prt \text{ বা, } n = \frac{I \times 100}{Pr} = \frac{108 \times 100}{850 \times 6} = 4 \text{ বছর (উত্তর)}$$

সুদাসলে n গুণ হওয়া :

০৯. সরল সুদের হার শতকরা কত টাকা হলে যেকোনো মূলধন ৮ বছরে সুদে-মুদে তিনগুণ হবে? [১০ম বিসিএস]

(ক) ১২.৫০ টাকা

(খ) ২০ টাকা

(গ) ২৫ টাকা

(ঘ) ১৫ টাকা

উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: সুদের হার} = \frac{100 \times (n \text{ গুণ} - 1)}{\text{বছর সংখ্যা}}$$

$$= \frac{100 \times (3 - 1)}{8}$$

$$= \frac{100 \times 2}{8} = 25\% \text{ (উত্তর)}$$

চক্রবৃদ্ধি সুদ

চক্রবৃদ্ধি সুদ হল সুদের সুদ। অর্থাৎ যখন কোন সুদ মূলধনের সাথে যুক্ত হয়ে যায় এবং সেই সুদের টাকাটিরও পুনরায় সুদ প্রদান করতে হয় তখন তাকে চক্রবৃদ্ধি সুদ বলে।

$$\text{সূত্র: চক্রবৃদ্ধি সুদাসল} = \text{মূলধন} \times \left(1 + \frac{\text{হার}}{100}\right)^{\text{বছর}}$$

১০. ২০% যৌগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধবছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? [৪০তম বিসিএস]

- (ক) 12^6 (খ) 11^6
(গ) 10^6 (ঘ) 9^6 উত্তর: খ

সমাধান: দেয়া আছে, মূলধন $P = 10000$,

মুনাফার হার $r = 20\%$ এবং সময় $n = 2$ বছর, এখানে অর্ধবছর বা ৬ মাস পর মুনাফার হিসেব করায়

$$r = \frac{20}{2} = 10\% \text{ এবং } n = 2 \times 2 = 4 \text{ (৪টি ৬ মাস)}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং চক্রবৃদ্ধি মূলধন } CA &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \\ &= 10000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 \\ &= 10000 \times \left(\frac{110}{100}\right)^4 \\ &= 10000 \times \frac{(11)^4}{10 \times 10 \times 10 \times 10} \\ &= (11)^4 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

১১. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? [৪১তম বিসিএস]

- (ক) ৯৪০ টাকা (খ) ৯৬০ টাকা
(গ) ৯৬৮ টাকা (ঘ) ৯৮০ টাকা উত্তর: গ

$$\begin{aligned} \text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন} &= P \times (1+r)^n = 800 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \\ &= 800 \times \left(\frac{110}{100}\right)^2 \\ &= 800 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \\ &= 968 \text{ উত্তর: ৯৬৮ টাকা} \end{aligned}$$

১২. বার্ষিক ৫% হার মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? [৪৬তম বিসিএস]

$$= 800 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} = 968 \text{ উত্তর: ৯৬৮ টাকা}$$

১২. বার্ষিক ৫% হার মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? [৪৬তম বিসিএস]
উপর সরল মুনাফা = ৮০ এর পরের বছর $(800+80) = 880$ টাকার উপর সরল মুনাফা = ৮৮০ এর ১০% = ৮৮ টাকা। তাহলে, সুদ সহ আসল = $800+80+88 = 968$ টাকা। (উ:)

- (ক) ৮৪০ টাকা (খ) ৮৪১ টাকা
(গ) ৮৪৫ টাকা (ঘ) ৮৫০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি সুদাসল $C = P(1+r)^n$

দেওয়া আছে, আসল $P = 800$ টাকা।

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = 10\%$

সময় $n = 2$ বছর।

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদাসল $C = P(1+r)^n$ টাকা

$$\begin{aligned} &= 800 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 \text{ টাকা} \\ &= 800 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \\ &= 800 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = 881 \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

শর্টকাট টেকনিক:

বছর	আসল	সুদ	সুদাসল	মোট সুদ
১	৮০০	২০	৮২০	২০
২	৮২০	২১	৮৪১	৪১

১৩. রকিব সাহেব ৩,৭৩,৮৯৯ টাকা ব্যাংকে রাখলেন। $\frac{1}{2}$

বছর পর তিনি আসল টাকার $\frac{1}{8}$ অংশ সুদ পেলেন।

ব্যাংকের সুদের হার কত? [৩৫তম বিসিএস]

- (ক) $12\frac{1}{2}\%$ (খ) $16\frac{2}{3}\%$
(গ) $8\frac{1}{3}\%$ (ঘ) $11\frac{1}{8}\%$ উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, সরল সুদের ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

এখানে, আসল (P) = ৩,৭৩,৮৯৯ টাকা

$$\text{বছর (n)} = \frac{1}{2} \text{ বছর বা, } \frac{1}{2} \text{ বছর}$$

ইনসেপশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩৩১ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

মা ও মেয়ের মধ্যে ভাগ করলে $২ + ১ + ১ = ৪$ অংশ
 $= ৮০০$ হলে ১ অংশ $= ৮০০ \div ৪ = ২০০$ (উত্তর)

$$১০০০ \text{ এর } \frac{৪}{১+৪} = ৮০০ \text{ (খ এর অংশ)}$$

$$\text{প্রত্যেক মেয়ে পাবে} = ৮০০ \text{ এর } \frac{১}{৪} = ২০০ \text{ টাকা।}$$

১২. ৬০ মিটারবিশিষ্ট একটি বাঁশকে ৩ : ৭ : ১০ অনুপাতে
 ভাগ করলে টুকরোগুলোর সাইজ কত? [২৩তম বিসিএস]

(ক) ৮ মিটার, ২২ মিটার, ৩০ মিটার

(খ) ১০ মিটার, ২০ মিটার, ৩০ মিটার

(গ) ৯ মিটার, ২১ মিটার, ৩০ মিটার

(ঘ) ১২ মিটার, ২০ মিটার, ২৮ মিটার

উত্তর: গ

সমাধান: অনুপাতিক ভাগের সমষ্টি ২০

$$\therefore \text{প্রথম টুকরাটি হবে} = ৬০ \times \frac{৩}{২০} = ৯ \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় টুকরাটি হবে} = ৬০ \times \frac{৭}{২০} = ২১ \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{তৃতীয় টুকরাটি হবে} = ৬০ \times \frac{১০}{২০} = ৩০ \text{ মিটার।}$$

উত্তর: ৯ মিটার, ২১ মিটার, ৩০ মিটার।

১৩. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১:২:২:৩ হলে বৃহত্তম
 কোণের পরিমাপ কত হবে? [১৬তম বিসিএস]

(ক) ১০০° (খ) ১১৫°

(গ) ১৩৫° (ঘ) ২২৫°

উত্তর: গ

সমাধান: চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি $= ৩৬০^\circ$

অনুপাতের যোগফল $= ৮$

$$\text{বৃহত্তম কোণের পরিমাপ} = ৩৬০^\circ \text{ এর } \frac{৩}{৮} = ১৩৫^\circ$$

সমানুপাত

১৪. টিপুর বোনের বয়স টিপুর বয়সের এবং তার বাবার বয়সের
 মধ্য সমানুপাতী। টিপুর বয়স ১২ বছর, তার বাবার বয়স
 ৪৮ বছর হলে, তার বোনের বয়স কত? [সংস্কৃত ২৪তম
 বিসিএস]

(ক) ১২ (খ) ২৪

(গ) ১৬ (ঘ) ১৮

উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, টিপুর বোনের বয়স $= k$

$$\text{শর্টকাট: } ১২ \times ৪৮ = ৫৭৬ \text{ এর বর্গমূল} = ২৪$$

$$১২ : k :: k : ৪৮ \text{ বা, } \frac{১২}{k} = \frac{k}{৪৮} \Rightarrow k^2 = ৫৭৬$$

$$\therefore k = ২৪ \text{ সুতরাং টিপুর বোনের বয়স} = ২৪ \text{ বছর।}$$

চারটি রাশির মধ্যে যদি প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত,
 তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ রাশি

চারটিকে সমানুপাতী (Proportional) বলে।

সমানুপাতের দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্য রাশি বলে।
 আবার, সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থ রাশিকে প্রান্তীয় রাশি বলে।

১৫. নিচের দুইটি প্রশ্নবোধক চিহ্নের জায়গায় কোন সংখ্যাটি

$$\text{বসবে? } \frac{৭}{?} = \frac{?}{৩৪৩} \text{ [৩৫তম বিসিএস]}$$

(ক) ৭

(খ) ৩৪৩

(গ) ৭৭

(ঘ) ৪৯

উত্তর: ঘ

সমাধান: আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে, ১ম রাশি \times
 ৩য় রাশি $=$ (২য় রাশি) 2

$$\therefore (২য় রাশি)^2 = ৭ \times ৩৪৩$$

$$\text{বা, ২য় রাশি} = \sqrt{২০৪১}$$

$$\therefore \text{২য় রাশি} = ৪৯ \text{ (উত্তর)}$$

১৬. ৩, ৯, ৪-এর চতুর্থ সমানুপাতিক কোনটি? [৩০তম বিসিএস]

(ক) ১২

(খ) ১৪

(গ) ১৬

(ঘ) ১৮

উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ৪র্থ রাশিটি $= x$

তাহলে আমার অনুপাতটিকে সাজাই $৩ : ৯ = ৪ : x$

$$\text{এখন, } \frac{৩}{৯} = \frac{৪}{x} \text{ বা, } 3x = 36 \therefore x = \frac{36}{3} = 12$$

প্রশ্নে অংকটি দেখেই ৩, ৯, ৪ এর মধ্যে মাঝখানের
 দুটির গুণফল ৩৬ তাহলে প্রথম ও শেষ রাশিটির
 গুণফলও ৩৬ হবে। এখানে, প্রথম রাশি দেয়া আছে ৩,
 তাহলে শেষ রাশিটি হবে $৩৬ \div ৩ = ১২$ ।

☞ দুটি ভিন্ন অনুপাতকে এক অনুপাতে পরিণত করা:

১৭. মনির ও তপনের আয়ের অনুপাত ৪ : ৩। তপন ও
 রবিনের আয়ের অনুপাত ৫ : ৪। মনিরের আয় ১২০ টাকা
 হলে, রবিনের আয় কত? [৪০তম বিসিএস]

(ক) ৭৫ টাকা

(খ) ৭৮ টাকা

(গ) ৮০ টাকা

(ঘ) ৭২ টাকা

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\text{মনির : তপন} = ৪ : ৩ = ৪ \times ৫ : ৩ \times ৫ = ২০ : ১৫$$

$$\text{তপন : রবিন} = ৫ : ৪ = ৫ \times ৩ : ৪ \times ৩ = ১৫ : ১২$$

[ভিন্ন অনুপাতে তপনের মান সমান করার জন্য উপরে ৫
 এবং নিচে ৩ দিয়ে গুণ]

$$\text{সুতরাং, মনির : তপন : রবিন} = ২০ : ১৫ : ১২$$

ধরি, মনির, তপন ও রবিনের আয় যথাক্রমে,

$$২০ক, ১৫ক \text{ এবং } ১২ক$$

$$\text{এখানে, মনিরের আয়, } ২০ক = ১২০$$

সুতরাং ক = ৬

তাহলে, রবিনের আয় = ১২ক = ১২ × ৬ = ৭২ টাকা।

১৮. ২৬১ টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে

ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? [৩৭-তম বিসিএস]

(ক) ৪৫ (খ) ৪১

(গ) ৯০ (ঘ) ১৩৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: যে কোন অনুপাতের অংকে ভগ্নাংশ আসলে প্রথমে ঐ ভগ্নাংশগুলোকে তাদের হরের ল.সা.গু দিয়ে গুণ

করে পূর্ণ সংখ্যায় পরিণত করতে হয়। $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$

হরগুলোর ল.সা.গু = ৪৫

সুতরাং পূর্ণ সংখ্যায় অনুপাত হবে $\frac{1}{3} \times 45 : \frac{1}{5} \times 45 :$

$\frac{1}{9} \times 45 = 15 : 9 : 5$

এখন, অনুপাতের যোগফল $15 + 9 + 5 = 29$

সুতরাং প্রথম ভাই পাবে ২৬১ এর $\frac{15}{29} = 135$ টি।

১৯. একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য ভাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায় কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত? [২১তম বিসিএস]

(ক) ১৩:১৪ (খ) ১৬:১৫

(গ) ১৪:১৩ (ঘ) ১১:১০ উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায় কুকুরটি ৩ লাফে ততদূর যায়।

তাহলে, আমরা ৪ ও ৩ এর ল.সা.গু ১২ মিটার কে এদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধরি। (তাহলে ৩ ও ৪ দিয়ে ভাগ করা যাবে)

কুকুরের ১ লাফে যাওয়া পথ = $12 \div 3 = 4$ মি. (কুকুর বেশি পথ যায়)

খরগোশের ১ লাফে যাওয়া পথ = $12 \div 4 = 3$ মিটার।

এরপর প্রথম অংশে দেয়া আছে কুকুরের ৪ লাফ

= খরগোশের ৫ লাফ।

তাহলে,

কুকুরের ৪ লাফে যাওয়া পথ : খরগোশের ৫ লাফে যাওয়া পথ

8×4 মিটার : 5×3 মিটার = ১৬মি : ১৫ মি

সুতরাং গতিবেগের অনুপাত: কুকুর : খরগোশ

= ১৬:১৫

শর্টকাট:

লাফের অনুপাত = দূরত্বের অনুপাত

কুকুর:খরগোশ = কুকুর: খরগোশ

৪:৫ = ৩:৪

$\frac{8}{5} = \frac{3}{4} = 16:15$ (আড়াআড়ি গুণ)

মিশ্রণ

২০. ৬০ লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত ২:১। কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাতটি ১:২ হবে? [৩৫তম বিসিএস]

(ক) ৪০ (খ) ৬০

(গ) ৫০ (ঘ) ৭০ উত্তর: খ

সমাধান: প্রথমে আম ও কমলার রসের পরিমাণ আলাদা করে বের করলে অনুপাতের যোগফল $2 + 1 = 3$ থেকে

আম = ৬০ এর $\frac{2}{3} = 40$ লিটার

এবং কমলা = ৬০ এর $\frac{1}{3} = 20$ লিটার।

ধরি, নতুন করে কমলা মেশাতে হবে = x লিটার।

প্রশ্নমতে, $40 : 20 + x = 1 : 2$ (আম আগের ৪০ ই আছে কমলা x যোগ করার পর নতুন অনুপাত = ১:২)

বা, $\frac{40}{20+x} = \frac{1}{2}$ বা, $20 + x = 80$

$\therefore x = 60$ সুতরাং নতুন করে কমলা মেশাতে হবে ৬০ লিটার।

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুব দ্রুত মুখে মুখে দেয়ার জন্য নিচের পদ্ধতিটি অনুসরণ করতে পারেন।

প্রথমে অনুপাত আম : কমলা = ৪০ : ২০

(পরিমাণ বের করে এভাবে লিখতে হবে)

নতুন অনুপাত আম : কমলা = ১ : ২

এখানে, যেহেতু কমলা মেশাতে হবে তাই আগের আম যা ছিল তা - ই আছে। অর্থাৎ আগের ৪০ লিটার আম বর্তমানেও

৪০ আছে কিন্তু ২য় অনুপাতে আগের অনুপাত -এর মান ১ অংশ। এখন ১ অংশ যদি ৪০ হয়, তাহলে ২ অংশের মান হবে

$80 \times 2 = 160$ অর্থাৎ ১৬০ লিটার কমলার রস প্রয়োজন। কিন্তু পূর্ব থেকেই কমলার রস আছে ২০ লিটার, তাই বৃদ্ধি করতে হবে = $160 - 20 = 140$ লিটার। উত্তর: ৬০ লিটার।

আম : কমলা = ৪০ : ২০

আম : কমলা = ৪০ : (২০+৬০) = ৪০ : ৮০ = ১ : ২

প্রশ্নের শর্ত পূরণের জন্য অপশন থেকে ৬০ নিয়ে যোগ

করে প্রমাণ করা হলো।

২১. একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ১। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? [২৬তম বিসিএস]

- (ক) ২ লিটার (খ) ৪ লিটার
(গ) ৬ লিটার (ঘ) ১০ লিটার উত্তর: ক

সমাধান: মনে করি, পানি = x লিটার

দুধ = $(x + ৮)$ লিটার

প্রশ্নমতে, $x + ৪ : x = ৫ : ১$

$$\text{বা, } \frac{x+৮}{x} = \frac{৫}{১} \text{ বা, } x+৮ = ৫x$$

$$\text{বা, } ৫x-৪x = ৮ \text{ বা, } x = \frac{৮}{১} = ৮ \text{ লিটার।}$$

∴ পানির পরিমাণ ৮ লিটার।

২২. একটি পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ২। যদি পানি অপেক্ষা দুধের পরিমাণ ৬ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? [১১তম বিসিএস]

- (ক) ৪ লিটার (খ) ৬ লিটার
(গ) ৮ লিটার (ঘ) ১০ লিটার উত্তর: ক

সমাধান :

প্রশ্নের শর্তসমূহ পূরণ করে কিছু অংক কোন Option দেখেই করার চেষ্টা করুন। পরীক্ষার হলে অনেক সময় বেঁচে যাবে।

প্রথম শর্ত, $৫ : ২ = ১০$ (দুধ) : ৪ (পানি)

দ্বিতীয় শর্ত, $১০ - ৪ = ৬$ লিটার।

অনুপাত হচ্ছে একটি ভগ্নাংশ, যেখানে দুটি রাশির তুলনা করা হয় এবং প্রথম রাশি লব এবং দ্বিতীয় রাশি হর। অনুপাতকে সব সময় ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করতে হয়। অর্থাৎ $১০ : ৪$ না লিখে $৫ : ২$ লিখতে হয়।

২৩. ৬০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রলের মিশ্রণের অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে আর কত লিটার পেট্রল মিশালে অনুপাত ৩ : ৭ হবে? [১০ম বিসিএস]

- (ক) ৭০ (খ) ৮০
(গ) ৯০ (ঘ) ৯৮ উত্তর: ক

সমাধান: কেরোসিনের পরিমাণ $৬০ \times \frac{৭}{১০} = ৪২$ লিটার

পেট্রলের পরিমাণ = $৬০ \times \frac{৩}{১০} = ১৮$ লিটার

ধরি, k লিটার পেট্রল যোগ করতে হবে।

প্রশ্নমতে, $৪২ : (১৮ + k) = ৩ : ৭$

$$\text{বা, } \frac{৪২}{১৮+k} = \frac{৩}{৭}$$

$$\text{বা, } ৫৪ + ৩k = ২৯৪ \therefore k = ৮০ \text{ লিটার}$$

২৪. একটি সোনার গহনার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। এতে কি পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৪ : ১ হবে? [১৭তম ও ২১তম বিসিএস]

- (ক) ৮ গ্রাম (খ) ৬ গ্রাম
(গ) ৩ গ্রাম (ঘ) ৪ গ্রাম উত্তর: ঘ

সমাধান: সোনা ও তামার অনুপাতের যোগফল
 $= ৩ + ১ = ৪$

সোনার পরিমাণ = ১৬ এর $\frac{৩}{৪} = ১২$ গ্রাম

তামার পরিমাণ = ১৬ এর $\frac{১}{৪} = ৪$ গ্রাম

ধরি, সোনা মেশাতে হবে x গ্রাম

শর্তমতে, $১২ + x : ৪ = ৪ : ১$

$$\Rightarrow \frac{১২+x}{৪} = \frac{৪}{১}$$

$$\Rightarrow ১২ + x = ১৬ \therefore x = ১২ - ৪$$

∴ $x = ৪$ সুতরাং সোনা মেশাতে হবে ৪ গ্রাম।

বিকল্প সমাধান:

৩+১ = ৪ অংশ = ১৬ গ্রাম ছিল।

∴ ১ অংশ = $\frac{১৬}{৪} = ৪$ গ্রাম। এটাই উত্তর।

কারণ নতুন করে সোনা বৃদ্ধি পেয়েছে ১ অংশ = ৪ গ্রাম।

অবস্থান	সোনা	তামা
শুরুতে ছিল	৩	১
সোনা মেশানোর পর	৪	১
সোনা বেড়েছে	১ অংশ	অপরিবর্তিত

যেগুলোতে ২টি অনুপাতে একটি রাশির মান Same থাকবে সেগুলো সব এই নিয়মে খুব সহজে হয়ে যাবে।

২৫. ৬৪ গ্রাম বাগি ও পাথরের টুকরার মিশ্রণে বাগির পরিমাণ ২৫%। কত কিলোগ্রাম বাগি মিশালে নতুন মিশ্রণে পাথর টুকরার পরিমাণ ৪০% হবে? [১০তম বিসিএস]

- (ক) ৯.৬ কেজি (খ) ৫.৬ কেজি
(গ) ১১ কেজি (ঘ) ৪৮ কেজি উত্তর: খ

সমাধান: ৬৪ গ্রাম মিশ্রণে বাগির পরিমাণ = ৬৪ এর ২৫% বা ৪ ভাগের ১ ভাগ = ১৬, তাহলে পাথর = ৬৪ - ১৬ = ৪৮ গ্রাম।

ধরি, বাগি মেশাতে হবে = x গ্রাম।

প্রশ্নমতে, $৪৮ = (৬৪ + x)$ এর ৪০% (যেহেতু বাগি মেশানোর পর ৪০% হবে পাথর তাই বামে পাথর = বর্তমান মেট মিশ্রণের ৪০%)

ইনসেপশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩৩৪ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

$$\Rightarrow 8x = (68 + x) \times \frac{80}{100}$$

$$\Rightarrow 280 = 12x + 2x$$

$$\Rightarrow 280 - 12x = 2x$$

$$\Rightarrow 12x = 2x \therefore x = 56 \text{ (উত্তর)}$$

২৬. ৭২ কেজি ওজনবিশিষ্ট একটি মিশ্রণ A-এর ১৭ ভাগ, B-এর ৩ ভাগ এবং C-এর ৪ ভাগ দ্বারা গঠিত। মিশ্রণে B কতটুকু আছে? [২০তম বিসিএস]

(ক) ৯ কেজি (খ) ১২ কেজি

(গ) ১৭ কেজি (ঘ) ৫১ কেজি উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, A : B : C = ১৭x : ৩x : ৪x

$$\therefore 17x + 3x + 4x = 72 \text{ কেজি}$$

$$\text{বা, } 24x = 72 \text{ কেজি}$$

$$\text{বা, } x = \frac{72}{24} \therefore x = 3$$

$$\therefore 3x = 3 \times 3 = 9 \text{ কেজি}$$

অনুশীলন করুন:

০১. ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোন ভগ্নাংশদ্বয় সমতুল্য? [৭ম অধিদপ্তর (অফিস সহকারী): ২০২৪]

(ক) $\frac{9}{10}, \frac{3}{10}$ (খ) $\frac{3}{10}, \frac{18}{20}$

(গ) $\frac{9}{10}, \frac{18}{20}$ (ঘ) $\frac{3}{10}, \frac{9}{20}$ উত্তর: গ

০২. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। উভয়ের সাথে ২ যোগ করলে অনুপাতটি ২ : ৩ হয়। সংখ্যা দুটি কী? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক: ২০২২ (২য় ধাপ)]

(ক) ১০ ও ১৪ (খ) ১০ ও ১৬

(গ) ৭ ও ১১ (ঘ) ১২ ও ১৮ উত্তর: খ

০৩. ক এর ১৫% যদি খ এর ২০% এর সমান হয় তবে ক:খ কত? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা- ২০২২ (তৃতীয় পর্যায়)]

(ক) ৫:৩ (খ) ৪:৩

(গ) ৩:৪ (ঘ) ৫:২ উত্তর: গ

০৪. দুইটি রাশির অনুপাত ৫ : ১১। উত্তর রাশি ৯৯ হলে পূর্বরাশি কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (২য় ধাপ): ২০১৩]

(ক) ৪২ (খ) ৪৫

(গ) ৪৮ (ঘ) ৫৬ উত্তর: খ

০৫. এক খণ্ড রশিকে ৩ : ৪ অনুপাতে কর্তন করা হল। বৃহত্তর অংশ ১২.৮ মিটার হলে, ক্ষুদ্রতর অংশ হবে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (২য় ধাপ): ২০১৩]

(ক) ৮.২ মিটার (খ) ৯.৬ মিটার

(গ) ৯.৮ মিটার (ঘ) ১০.২ মিটার উত্তর: খ

০৬. ক ও খ এর বেতনের ৭ : ৫। ক, খ অপেক্ষা ৪০০ টাকা বেশি বেতন পেলে খ এর বেতন কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (সহ): ২০১০] + [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (মহুলা): ২০১২]

(ক) ৯০০ টাকা (খ) ১০০০ টাকা

(গ) ১১০০ টাকা (ঘ) ১৬০০ টাকা উত্তর: খ

০৭. এক ব্যক্তির মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ৫ : ৩ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০,০০০ টাকা হলে তিনি মাসিক কত টাকা ব্যয় করেন? [প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]

(ক) ২০০০০ (খ) ২৫০০০

(গ) ১৫০০০ (ঘ) ১০০০০ উত্তর: গ

০৮. ১৪৩ টাকা ২:৪:৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতর অংশের পার্থক্য কত হবে? [প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (২য় ধাপ) সেট: (৭৪৮৩)]

(ক) ৪২ (খ) ৩৬

(গ) ৩৭ (ঘ) ৩৯ উত্তর: ঘ

০৯. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৭। উভয় সংখ্যার সাথে ১০ যোগ করলে নতুন অনুপাত হবে ১ : ২। ছোট সংখ্যাটি কত? [প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় ধাপ) সেট: (৩৬৯৭)]

(ক) ৩৫ (খ) ১৫

(গ) ২১ (ঘ) ৩০ উত্তর: ঘ

১০. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। উভয়ের সাথে ২ যোগ করলে অনুপাতটি ২ : ৩ হয়। সংখ্যা দুইটি কি কি? [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ ইন্সপেক্টর/সিনিয়র অফিসার/নিয়ন্ত্রণ কর্মকর্তা: ২০২৪; প্রাক-প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা(শীতকাল)-২০১৩]

(ক) ৭ ও ১১ (খ) ১০ ও ১৪

(গ) ১০ ও ১৬ (ঘ) ১২ ও ১৮ উত্তর: গ

১১. ৩, ৯ ও ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা-২০১৫; মর্গন ইলেকট্রনিক সফটওয়্যার কোম্পানি পিএসসি এর সহকারী শিক্ষক (মাধ্যমিক): ২০২৪]

(ক) ১২.০ (খ) ৪.০

(গ) ১৪.০ (ঘ) ১৬.০ উত্তর: ক

১২. ক : খ = ৫ : ৬ এবং খ : গ = ৩ : ১০ হলে ক : গ = কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা(সুরমা)-২০১৩]

(ক) ৬ : ১২ (খ) ১০ : ২০

(গ) ৫ : ২০ (ঘ) ৫ : ১২ উত্তর: গ

১৩. A : B = 3 : 4, B : C = 5 : 6 ও C : D = 2 : 3 হলে, A : D = কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ: শি.সি. পরীক্ষা(মাইন)-২০১৩]

(ক) 2 : 3 (খ) 5 : 9

(গ) 5 : 12 (ঘ) 7 : 12 উত্তর: গ

১৪. একটি রাশি অপর রাশির ৬৪% হলে রাশি দুটির অনুপাত কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (২য় ধাপ): ২০২৪; বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ ইন্সপেক্টর/সিনিয়র অফিসার/নিয়ন্ত্রণ কর্মকর্তা: ২০২৪]

(ক) ৯ : ১৬ (খ) ১৬ : ৯

(গ) ১৬ : ২৫ (ঘ) ২৫ : ১৬ উত্তর: গ

১৫. ৬৪ কে ৭ : ৮ অনুপাতে ভাগ করলে নতুন সংখ্যা হবে- [মর্গন ইলেকট্রনিক সফটওয়্যার কোম্পানি পিএসসি-এর সহকারী শিক্ষক (মাধ্যমিক): ২০২৪]

(ক) ৫৪ (খ) ৫৬

(গ) ৫৮ (ঘ) ৬০ উত্তর: খ

গড় ও বয়স

সূত্র-০১ : গড় = $\frac{\text{রাশিগুলোর যোগফল বা সমষ্টি}}{\text{রাশিগুলোর সংখ্যা}}$

সূত্র-০২ : রাশিগুলোর সমষ্টি = রাশিগুলোর গড় \times রাশিগুলোর সংখ্যা

সাধারণ গড় সংক্রান্ত:

০১. ১ থেকে ৪৯ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর গড় কত? [৪২তম বিসিএস]

- (ক) ২৫ (খ) ৩০
(গ) ৩৫ (ঘ) ৪৯ উত্তর: ক

সমাধান: আমরা জানি, গড় = $\frac{১ম পদ + শেষ পদ}{২}$
 $= \frac{১ + ৪৯}{২} = \frac{৫০}{২} = ২৫$ (উত্তর)

০২. তিন সদস্যের একটি বিতর্ক দলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোন সদস্যের বয়সই ২১ বছরের নিচে না হয় তবে তাদের কোন একজনের বয়স সর্বোচ্চ কত হতে পারে? [৩৩তম বিসিএস]

- (ক) ২৫ বছর (খ) ৩০ বছর
(গ) ২৮ বছর (ঘ) ৩২ বছর উত্তর: খ

সমাধান: বিতর্ক দলের সদস্যদের বয়সের সমষ্টি = (২৪×৩) বছর = ৭২ বছর। যদি দুইজন সদস্যের বয়স সর্বনিম্ন ধরা হয়, তবে তৃতীয় জনের সর্বোচ্চ বয়স পাওয়া যাবে।

যেহেতু কোনো সদস্যের বয়স ২১ বছরের নিচে নয়, সেহেতু বিতর্ক দলের ২ জনের সর্বনিম্ন বয়সের সমষ্টি = (২১×২) বছর = ৪২ বছর।

সুতরাং, তৃতীয় জনের সর্বোচ্চ বয়স = $(৭২ - ৪২)$ বছর = ৩০ বছর।

০৩. x ও y -এর মানের গড় ৯ এবং $z = ১২$ হলে, x, y এবং z -এর মানের গড় কত হবে? [২০তম বিসিএস]

- (ক) ৬ (খ) ৯
(গ) ১০ (ঘ) ১২ উত্তর: গ

সমাধান: x ও y এর মানের সমষ্টি = $(২ \times ৯) = ১৮$
 $z = ১২$ দেওয়া আছে

$\therefore x, y$ ও z -এর মানের গড় $= \frac{১৮+১২}{৩} = ১০$ (উত্তর)

০৪. একজন শ্রমিক প্রতিদিন প্রথম ৮ ঘণ্টা কাজের জন্য ঘণ্টায় ১০ টাকা করে এবং পরবর্তী সময়ের জন্য ঘণ্টায় ১৫ টাকা করে মজুরি পায়। দৈনিক ১০ ঘণ্টা কাজ করলে তার ঘণ্টাপ্রতি গড় মজুরি কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) ১১ টাকা (খ) ১২ টাকা
(গ) ১২.৫০ টাকা (ঘ) ১৩ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: প্রথম ৮ ঘণ্টা কাজের জন্য মজুরি = $৮ \times ১০ = ৮০$ টাকা

পরবর্তী ২ ঘণ্টা কাজের জন্য মজুরি = ২×১৫ টাকা = ৩০ টাকা

\therefore ঘণ্টাপ্রতি গড় মজুরি = $\frac{৮০ + ৩০}{১০} = ১১$ টাকা।

০৫. পিতা ও মাতার বয়সের গড় ৪৫ বছর। আবার পিতা, মাতা ও এক পুত্রের বয়সের গড় ৩৬ বছর। পুত্রের বয়স- [২৬তম বিসিএস]

- (ক) ৯ বছর (খ) ১৪ বছর
(গ) ১৪ বছর (ঘ) ১৮ বছর উত্তর: ঘ

সমাধান: পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়স = $৩৬ \times ৩ = ১০৮$
 পিতা ও মাতার বয়স = $৪৫ \times ২ = ৯০$ বছর।

\therefore পুত্রের বয়স = $১০৮ - ৯০ = ১৮$ বছর।

০৬. m সংখ্যক সংখ্যার গড় x এবং n সংখ্যক সংখ্যার গড় y হলে সব সংখ্যার গড় কত? [৩২তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{x+y}{m+n}$ (খ) $\frac{x+y}{m \cdot n}$
(গ) $\frac{mx+ny}{m+n}$ (ঘ) $\frac{mx+ny}{nm}$ উত্তর: গ

সমাধান: গড় মান = $\frac{\text{সংখ্যাগুলোর যোগফল}}{\text{সংখ্যাগুলোর সংখ্যা}}$

m সংখ্যক সংখ্যার গড় = x

অতএব, m সংখ্যক সংখ্যার মোট মান = mx

একইভাবে, n সংখ্যক সংখ্যার মোট মান = ny

উভয় প্রকার সংখ্যার মোট মান = $mx + ny$

সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = $m + n$

অতএব, নির্ণেয় গড় মান = $\frac{mx + ny}{m+n}$ (উত্তর)

ধারাবাহিক সংখ্যার গড়:

০৭. ১০টি সংখ্যার যোগফল ৪৬২। এদের প্রথম ৪টির গড় ৫২ এবং শেষের ৫টির গড় ৩৮। পঞ্চম সংখ্যাটি কত? [১১তম বিসিএস]

- (ক) ৬০ (খ) ৬৪
(গ) ৬২ (ঘ) ৫০ উত্তর: খ

সমাধান: প্রথম ৪টি সংখ্যার গড় ৫২

\therefore " ৪ " " সমষ্টি = $৫২ \times ৪ = ২০৮$

শেষের ৫টি সংখ্যার গড় ৫২

$$\therefore "৫" " সমষ্টি = ৩৮ \times ৫ = ১৯০$$

$$\therefore ৯টি সংখ্যার সমষ্টি = ২০৮ + ১৯০ = ৩৯৮$$

$$\therefore ৫ম সংখ্যাটি = (৩৯৮ - ৩৯৮) = ৬৪ \text{ (উত্তর)}$$

০৮. পাঁচটি ধারাবাহিক পূর্ণসংখ্যার বড় হলো ১৫ সবচেয়ে বড় পূর্ণ সংখ্যা কত? [৪৬তম বিসিএস]

- (ক) ১৮ (খ) ২০
(গ) ২২ (ঘ) ২৪

উত্তর: *

সমাধান: বিজোড় সংখ্যাসমূহের গড়ের ক্ষেত্রে মাঝের সংখ্যাটি হয় গড়। ৫টি পূর্ণ সংখ্যার গড়ে ক্ষেত্রে, তৃতীয় সংখ্যাটি হবে গড় = ১৫। সতুরাং সবচেয়ে বড় পূর্ণ সংখ্যা হবে = ১৫ + ২ = ১৭।

১৭. পরপর দশটি সংখ্যার প্রথম ৫টির যোগফল ৫৬০ হলে শেষ ৫টির যোগফল কত? [১৮তম বিসিএস]

- (ক) ৫৮৫ (খ) ৫৮০
(গ) ৫৭৫ (ঘ) ৫৭০

উত্তর: ক

সমাধান: মনে করি, প্রথম সংখ্যা = X

$$\therefore X + X + 1 + X + 2 + X + 3 + X + 4 + X + 5 = ৫৬০$$

$$\text{বা, } ৫X = ৫৬০ - ১০ \therefore X = ১১০$$

\therefore শেষ ৫টির যোগফল

$$= X + ৫ + X + ৬ + X + ৭ + X + ৮ + X + ৯$$

$$= ৫X + ৩৫ = ৫ \times ১১০ + ৩৫ = ৫৮৫ \text{ (উত্তর)}$$

০৯. 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 70। এদের মধ্যে 60 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 75 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত? [৩৭তম বিসিএস]

- (ক) 55.5 (খ) 60.5
(গ) 65.5 (ঘ) 62.5

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$100 \text{ জনের মোট নম্বর} = (100 \times 70) = 7000$$

$$60 \text{ জন ছাত্রীর মোট নম্বর} = (75 \times 60) = 4500$$

$$(100 - 60) \text{ বা } 40 \text{ জন ছাত্রের মোট নম্বর} \\ = (7000 - 4500) = 2500$$

$$\therefore \text{ছাত্রদের গড় নম্বর} = 2500 \div 40 = 62.5$$

১০. ৬, ৮, ১০ এর গাণিতিক গড় ৭, ৯ এবং কোন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের সমান? [১৮তম বিসিএস]

- (ক) ৫ (খ) ৮
(গ) ৬ (ঘ) ১০

উত্তর: খ

সমাধান:

$$\frac{৬ + ৮ + ১০}{৩} = \frac{৭ + ৯ + X}{৩}$$

$$\text{বা, } ২৪ = ১৬ + X$$

$$\therefore X = ৮ \text{ (উত্তর)}$$

ক্রিকেট সম্পর্কিত গড় :

০৪. একজন ব্যাটসম্যানের আটটি ওয়ানডে-তে এভারেজ ৭৫।

পরবর্তী ২ ম্যাচে কত রান করলে এভারেজ ৭৭ হবে?

[১৮তম বিসিএস (নির্ধিত)-মাসিক-মহত্তা]

- (ক) ১৫৮ (খ) ১৬২
(গ) ১৭০ (ঘ) ১৬৬

উত্তর: গ

সমাধান: ৮ টি ম্যাচের গড় রান ৭৫ হলে মোট রান হবে = $৭৫ \times ৮ = ৬০০$ রান।

এখন পরবর্তী ২ ম্যাচ খেলালে মোট ম্যাচ হবে $৮ + ২$

$$= ১০ \text{ টি এবং } ১০ \text{ টি ম্যাচের গড় হবে } ৭৭।$$

$$\text{সুতরাং তখন } ১০ \text{ টি ম্যাচের মোট রান হবে } = ৭৭ \times ১০ \\ = ৭৭০$$

$$\therefore \text{পরের ম্যাচ দুইটিতে রান করতে হবে } = (৭৭০ - ৬০০) \\ = ১৭০ \text{ রান (উত্তর)}$$

অনুশীলন করুন:

০১. ১৫টি জেড়ার মূল্য ৫টি গরুর মূল্যের সমান। ২টি গরুর

মূল্য ৩০০০ টাকা হলে ৩টি জেড়ার মূল্য কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বরিশাল বিভাগ) : ২০০৫; প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা(আলাহা)-২০১৪]

- (ক) ২০০০ টাকা (খ) ১৮০০ টাকা
(গ) ১৬০০ টাকা (ঘ) ১৫০০ টাকা

উত্তর: ঘ

০২. ১৫টি জেড়ার মূল্য ৫টি গরুর মূল্যের সমান। ২টি গরুর

মূল্য ১৮,০০০ টাকা হলে, ১টি জেড়ার মূল্য কত হবে?

[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা(মিনিসিপি)-২০১৩]

- (ক) ১৫০০ টাকা (খ) ২০০০ টাকা
(গ) ২৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

উত্তর: ঘ

০৩. ৬ ফুট দীর্ঘ বাঁশের ৪ ফুট দীর্ঘ ছায়া হয়। একই সময়ে একটি গাছের ছায়া ৬৪ ফুট লম্বা। গাছটির উচ্চতা কত

ফুট? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা(মাইস)-২০১৩; প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় ধাপ) স্টে: (২৫৯৪)]

- (ক) ৯৬ (খ) ১০০
(গ) ১১০ (ঘ) ১০৫

উত্তর: ক

০৪. ৬ জন শ্রমিক ৫ দিনে ১৮০০ টাকা আয় করে। ১০ জন

শ্রমিক কতদিনে সমপরিমাণ টাকা আয় করবে? [প্রাথমিক

বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কর্তৃত্বটি) : ২০১২]

- (ক) ৩ দিনে (খ) ৪ দিনে
(গ) ৫ দিনে (ঘ) ৬ দিনে

উত্তর: ক

০৫. কোনো দুর্গে ৭২০ জন সৈন্যের ২০ দিনের খাবার মজুদ আছে। ১০ দিন পর কিছু নতুন সৈন্য আসার অবশিষ্ট

খাদ্যে তাদের ৮ দিন চললে কত জন সৈন্য এসেছিল?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (রাজশাহী বিভাগ) : ২০০৭; প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা(মাজলা)-২০১৩]

- (ক) ১৭০ জন (খ) ১৮০ জন
(গ) ১৮৫ জন (ঘ) ১৯০ জন

উত্তর: খ

সময়-কাজ ও নল-চৌবাচ্চা

এক সাথে দুইজন একত্রে কাজ করলে:

০১. রহিম একটি কাজ পাঁচ দিনে এবং করিম তা ১০ দিনে করতে পারে। দুইজনে একত্রে একদিনে কাজের কত অংশ করতে পারবে? [৩৭তম বিসিএস-মানবিক দক্ষতা-(নিকিত)]

(ক) $\frac{৩}{১০}$ (খ) $\frac{১}{১৫}$

(গ) $\frac{২}{১৫}$ (ঘ) $\frac{১}{১০}$ উত্তর: ক

সমাধান: রহিম ১ দিনে করে $\frac{১}{৫}$ অংশ এবং করিম ১ দিনে

করে $\frac{১}{১০}$ অংশ।

$$\text{সুতরাং ২ জনে মিলে ১দিনে করে } \frac{১}{৫} + \frac{১}{১০} = \frac{২+১}{১০} = \frac{৩}{১০} \text{ অংশ। (উত্তর)}$$

এ ধরনের অংক দ্রুত সমাধান করার শর্টকাট:

$$\text{সূত্র: } \frac{A \times B}{A + B} = \frac{১ম জনের কাজ \times ২য় জনের কাজ}{১ম জনের কাজ + ২য় জনের কাজ}$$

এক সাথে দুয়ের অধিক লোক কাজ করলে:

০২. তিনটি যন্ত্র একটি কাজ যথাক্রমে ৫, ৬ ও ৭ ঘন্টায় করতে পারে। দুটি মেশিন সর্বোচ্চ ক্ষমতায় কাজ করে এক ঘন্টায় কতটুকু কাজ করতে পারে? [১৮তম বিসিএস, ৩৬তম বিসিএস মানবিক দক্ষতা-নি।]

(ক) $\frac{১১}{২০}$ (খ) $\frac{১১}{৩০}$

(গ) $\frac{১১}{১৫}$ (ঘ) $\frac{১১}{৩৩}$ উত্তর: খ

সমাধান: ১টি মেশিন ৫ ঘন্টায় ১ অংশ করলে ১ ঘন্টায়

করবে $\frac{১}{৫}$ অংশ

অপর ১টি মেশিন ৬ ঘন্টায় ১ অংশ করলে ১ ঘন্টায় করবে

$\frac{১}{৬}$ অংশ।

এখন, মেশিন ২ টি সর্বোচ্চ ক্ষমতায় কাজ করলে ১ ঘন্টায়

$$\text{করবে } = \frac{১}{৫} + \frac{১}{৬} = \frac{১১}{৩০} \text{ অংশ।}$$

০৩. রহিম, করিম এবং গাজী তিন জনে একটি কাজ করতে পারে যথাক্রমে ১৫, ৬ ও ১০ দিনে। তারা একত্রে তিন জনে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে? [৩১-তম বিসিএস]

(ক) ২১ দিনে (খ) ১৮ দিনে

(গ) ৭ দিনে (ঘ) ১৫ দিনে উত্তর: ৩দিন

সমাধান: তারা একত্রে তিন জনে কাজটি শেষ করতে

$$\begin{aligned} \text{পারবে} &= \frac{xyz}{xy+yz+zx} = \frac{১৫ \times ৬ \times ১০}{১৫ \times ৬ + ৬ \times ১০ + ১৫ \times ১৫} \\ &= \frac{৯০০}{৯০+৬০+১৫০} = \frac{৯০০}{৩০০} = ৩ \text{ দিন।} \end{aligned}$$

দু'জনের সময়- একজনের সময় = অন্যজনের লাগা সময়:

০৪. দুই ব্যক্তি একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। প্রথম ব্যক্তি একাকী কাজটি ১২ দিনে করতে পারলে ২য় ব্যক্তি একাকী এই কাজটি কতদিনে করতে পারবে? [১৬তম ও ৩৮তম বিসিএস]

(ক) ২০ দিন (খ) ২২ দিন

(গ) ২৪ দিন (ঘ) ২৬ দিন উত্তর: গ

সমাধান:

এ ধরনের অংক দ্রুত সমাধান করার শর্টকাট:

$$\text{সূত্র: } \frac{A \times B}{\text{Big} - \text{small}} = \frac{১ম জনের কাজ \times ২য় জনের কাজ}{\text{বেশি সময়} - \text{কম সময়}}$$

দুই ব্যক্তি একত্রে ১ দিনে করতে পারে $\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ

১ম ব্যক্তি একাকী ১ " " " $\frac{১}{১২}$ অংশ কাজ

∴ ২য় ব্যক্তি একাকী ১ " " " $\frac{১}{৮} - \frac{১}{১২}$

$$= \frac{৩-২}{২৪} = \frac{১}{২৪} \text{ অংশ কাজ}$$

$\frac{১}{২৪}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ ১ অংশ কাজ করে $\frac{১ \times ২৪}{১} = ২৪$ দিনে

$$\text{Shortcut: } \frac{৮ \times ১২}{১২ - ৮} = \frac{৮ \times ১২}{৪} = ২৪$$

০৫. ক এবং খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারে, খ একা কাজটি করতে পারবে- [২৬তম ও ৩০তম বিসিএস]

(ক) ২৫ দিনে (খ) ৩০ দিনে
(গ) ৩৫ দিনে (ঘ) ৪০ দিনে উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } \frac{20 \times 12}{20-12} = \frac{280}{8} = 35 \text{ দিনে।}$$

০৬. সম্পূর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দিয়ে ৫ ঘণ্টায় সম্পূর্ণ ভর্তি করা যায়। দ্বিতীয় একটি পাইপ দিয়ে চৌবাচ্চাটি ভর্তি করতে ৩ ঘণ্টা লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ব্যবহার করে চৌবাচ্চাটির $\frac{2}{3}$ অংশ ভর্তি করতে

কত সময় লাগবে? [১৮তম বিসিএস]

(ক) $\frac{7}{5}$ ঘণ্টা (খ) $\frac{3}{8}$ ঘণ্টা
(গ) $\frac{5}{8}$ ঘণ্টা (ঘ) $\frac{2}{3}$ ঘণ্টা উত্তর: গ

সমাধান:

$$1 \text{ ম পাইপ দ্বারা } 1 \text{ ঘণ্টায় ভর্তি হয় } \frac{1}{5} \text{ অংশ}$$

$$\text{এবং } 2 \text{ " " } 1 \text{ " " } \frac{1}{3} \text{ " "}$$

$$\therefore \text{ দুটি পাইপ } 1 \text{ ঘণ্টায় } \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \text{ অংশ পূর্ণ হয়}$$

$$= \frac{8}{15} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \frac{8}{15} \text{ অংশ ভর্তি হয় } 1 \text{ ঘণ্টায়}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \text{ " " " } \frac{1 \times 15 \times 2}{8 \times 3} = \frac{5}{8} \text{ ঘণ্টায় (উ)}$$

০৭. দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি খুলে দেয়ার ৪ মিনিট পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়াতে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরো ৬ মিনিট লাগল। প্রত্যেক নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? [২০তম বিসিএস]

(ক) ১৮ এবং ১২ মিনিট (খ) ২৪ এবং ১২ মিনিট
(গ) ১৫ এবং ১২ মিনিট (ঘ) ১০ এবং ১৫ মিনিট উ: খ

সমাধান: দুটি নল একত্রে,

৮ মিনিটে পূর্ণ করে ১টি চৌবাচ্চা

$$8 \text{ " " " } \frac{8}{8} \times 1 \text{ অংশ} = \frac{1}{1} \text{ অংশ}$$

$$\text{চৌবাচ্চাটির } \left(1 - \frac{1}{2} \right) \text{ অংশ বা } \frac{1}{2} \text{ অংশ খালি থাকে}$$

\therefore দ্বিতীয় নল দ্বারা,

$$\frac{1}{2} \text{ অংশ পূর্ণ হয় } 6 \text{ মিনিটে}$$

$$1 \text{ (সম্পূর্ণ) অংশ পূর্ণ হয় } = (6 \times 2) = 12 \text{ মিনিটে}$$

$$6 \text{ মিনিটে পূর্ণ হয় } \frac{1}{2} \text{ অংশ}$$

$$8 \text{ " " " } \frac{1 \times 8}{2 \times 6} \text{ অংশ} = \frac{1}{3} \text{ অংশ}$$

$$\text{প্রথম নল দ্বারা } 8 \text{ মিনিটে পূর্ণ হয় } = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ অংশ}$$

$$\text{প্রথম নল দ্বারা } \frac{1}{6} \text{ অংশ পূর্ণ হয় } 8 \text{ মিনিটে}$$

$$\text{" " " } 1 \text{ " " " } (8 \times 6) \text{ মিনিটে}$$

$$= 28 \text{ মিনিটে}$$

০৮. 'A', 'B' এর চেয়ে দ্বিগুণ কাজ করতে পারে। তারা দু'জন একত্রে একটি কাজ ১৪ দিনে শেষ করতে পারে।

'A' একা কাজটি কতদিনে করতে পারবে? [৪০তম বিসিএস]

(ক) ১২ দিনে (খ) ২৪ দিনে
(গ) ২১ দিনে (ঘ) ১৫ দিনে উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, A একা কাজটি শেষ করে = x দিনে, সুতরাং B কাজটি শেষ করে = 2x দিনে।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{2+1}{2x} = \frac{1}{14} \Rightarrow 2x = 42$$

$$\therefore x = 21$$

সুতরাং A কাজটি করতে পারবে ২১ দিনে।

$$\text{শর্টকাট: } \frac{x \times 2x}{x + 2x} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{x \times 2x}{3x} = 14$$

$$\therefore x = 14 \times \frac{3}{2} = 21$$

উত্তর: ২১ দিন।

সময়, দূরত্ব ও গতিবেগ

০১. একটি ঘড়িতে ৬ টার ঘণ্টা ধ্বনি ঠিক ৬ টায় শুরু করে বাজতে ৫ সেকেন্ড সময় লাগে, ঐ ঘড়িতে ১২ টার ঘণ্টাধ্বনি বাজতে কত সেকেন্ড সময় লাগবে? ঘণ্টাধ্বনি সমান সময় ব্যবধানে বাজে। [১৪তম বিসিএস]

(ক) ১১ সেকেন্ড (খ) ১০ সেকেন্ড

(গ) ১২ সেকেন্ড (ঘ) $10\frac{1}{6}$ সেকেন্ড উত্তর: ক

সমাধান: ৬ টার ঘণ্টা ধ্বনি বাজতে সময় লাগবে (৬-১)
= ৫ সেকেন্ড।

১২ টার ঘণ্টা ধ্বনি বাজতে সময় লাগবে (১২-১)
= ১১ সেকেন্ড।

০২. একটি বন্দুকের গুলি যদি প্রতি সেকেন্ডে ১,৫৪০ ফুট গতিবেগে লক্ষ্যভেদ করে। এক ব্যক্তি বন্দুক ছুঁড়বার ৩ সেকেন্ড পরে লক্ষ্যভেদের শব্দ শুনে পায়। শব্দের গতি প্রতি সেকেন্ডে ১১০০ ফুট। লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব কত? [১১তম বিসিএস]

(ক) ২০২৫ ফুট (খ) ১৯২৫ ফুট

(গ) ১৯৭৫ ফুট (ঘ) ১৮৭৫ ফুট উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, দূরত্ব ক ফুট।

∴ গুলি লক্ষ্যভেদ করতে সময় লাগে = $\frac{ক}{১৫৪০}$ সেকেন্ড

এবং শব্দ কানে আসতে সময় লাগে = $\frac{ক}{১১০০}$ সেকেন্ড

∴ $\frac{ক}{১৫৪০} + \frac{ক}{১১০০} = ৩$

বা, $\frac{ক}{২২০} \left(\frac{১}{৭} + \frac{১}{৫} \right) = ৩$

বা, ক = $\frac{৩ \times ২২০ \times ৩৫}{১২} = ১৯২৫$ ফুট (উত্তর)

০৩. ক ঘণ্টায় ১০ কিমি এবং খ ঘণ্টায় ১৫ কিমি বেগে একই সময় একই স্থান থেকে রাজশাহীর পথে রওয়ানা হলো। ক ১০.১০ মিনিটের সময় এবং খ ৯.৪০ মিনিটের সময় রাজশাহী পৌঁছল। রওয়ানা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব কত কিমি? [১১তম বিসিএস]

(ক) ২০ কিমি (খ) ২৫ কিমি

(গ) ১৫ কিমি (ঘ) ২৮ কিমি উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, রাজশাহীর দূরত্ব X কিমি

∴ ক এর সময় লাগে = $\frac{X}{১০}$ ঘণ্টা = ৬X মিনিট

খ " " " = $\frac{X}{১৫}$ ঘণ্টা = ৪X মিনিট

∴ ৬X-৩০ = ৪X বা, ২X = ৩০

∴ X = ১৫ [∴ দূরত্ব ১৫ কিমি]

০৪. ঢাকা থেকে টাঙ্গাইলের দূরত্ব ৪৫ মাইল। করিম ঘণ্টায় ৩ মাইল বেগে হাঁটে এবং রহিম ঘণ্টায় ৪ মাইল হাঁটে। করিম ঢাকা থেকে রওয়ানার এক ঘণ্টা পর রহিম টাঙ্গাইল থেকে ঢাকা রওয়ানা হয়েছে। রহিম কত মাইল হাঁটার পর করিমের সাথে দেখা হবে? [১৮তম বিসিএস]

(ক) ২৪ (খ) ২৩

(গ) ২২ (ঘ) ১১ উত্তর: ক

সমাধান: করিম ১ ঘণ্টায় যায় ৩ মাইল

∴ বাকি দূরত্ব = (৪৫-৩) = ৪২ মাইল

করিম ও রহিম ১ ঘণ্টায় যায় = (৩ + ৪) মাইল
= ৭ মাইল

∴ দু'জনের ৪২ মাইল যেতে সময় লাগে = $\frac{৪২}{৭}$ ঘণ্টা
= ৬ ঘণ্টা

∴ ৬ ঘণ্টায় রহিম হাঁটে = (৪ × ৬) = ২৪ মাইল (উ)

০৫. ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ১৮৫ মাইল। চট্টগ্রাম থেকে একটি বাস ২ ঘণ্টায় ৮৫ মাইল যাওয়ার পর পরবর্তী ১০০ মাইল কত সময়ে গেলে গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল যাওয়া হবে? [২৪তম বিসিএস]

(ক) ১০০ মিনিট (খ) ১০২ মিনিট

(গ) ১১০ মিনিট (ঘ) ১১২ মিনিট উত্তর: খ

সমাধান: বাসটি গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল গেলে
৫০ মাইল যায় ১ ঘণ্টায়

∴ ১৮৫ মাইল যায় $\frac{১৮৫ \times ১}{৫০}$ ঘণ্টায়

= $\frac{১৮৫ \times ৬০}{৫০} = ২২২$ মিনিট

∴ পরবর্তী ১০০ মাইল যেতে সময় লাগবে

= (২২২-১০২) মিনিট = ১২০ মিনিট (উত্তর)

ট্রেন সংক্রান্ত প্রশ্নসমূহ:

০৬. ঢাকা ও চট্টগ্রাম এই দুই রেল স্টেশন থেকে প্রতি ঘণ্টায় একটা ট্রেন এক স্টেশন থেকে অন্য স্টেশনের দিকে যাত্রা করে। সব ট্রেনই সমান গতিতে চলে এবং গন্তব্যস্থলে পৌঁছাতে প্রত্যেক ট্রেনের ৫ ঘণ্টা সময় লাগে। এক স্টেশন থেকে যাত্রা করে অন্য স্টেশনের পৌঁছানো পর্যন্ত একটা ট্রেন কয়টা ট্রেনের দেখা পাবে? [১৭তম বিসিএস]

(ক) ৮ (খ) ১০

ইনসেপশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩৪০ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

(গ) ১১ (ঘ) ১২ উত্তর: খ
সমাধান: একটি স্টেশন থেকে যাত্রা শুরু করে অপর স্টেশন পর্যন্ত প্রতি ঘন্টায় একটি ট্রেন মোট ৫টি ট্রেনের দেখা পাবে এবং পথে ৫টি ট্রেন আগে থেকে ছিল।

∴ মোট ট্রেন = (৫ + ৫) = ১০টি (উত্তর)

০৭. ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব ৩০০ কি.মি.। ঢাকা হতে একটি ট্রেন সকাল ৭ টায় ছেড়ে বিকেল ৩ টায় চট্টগ্রাম পৌঁছে।

ট্রেনটির গড় গতিবেগ ঘন্টায় কত ছিল? [২০তম বিসিএস]

(ক) ২৪.৫ কি.মি. (খ) ৩৭.৫ কি.মি.
(গ) ৪২.০ কি.মি. (ঘ) ৪৫.০ কি.মি. উত্তর: খ
সমাধান: সকাল ৭টা থেকে বিকেল ৩টা পর্যন্ত মধ্যাহ্নী সময়ের পার্থক্য ৮ ঘন্টা।

$$\therefore \text{ট্রেনের গড় গতিবেগ} = \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট ব্যয়িত সময়}} \\ = \frac{৩০০}{৮} \text{ কি.মি.} = ৩৭.৫ \text{ কি.মি.}$$

অনুশীলন করুন:

০১. রেল লাইনের পাশে একটি ভালগাছ রয়েছে। ঘন্টায় ৪৫ কিমি বেগে ধাবমান ১৫০ মি. লম্বা একটি ট্রেন কত সময়ে ঐ ভালগাছটি অতিক্রম করবে? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মেঘনা)-২০১৩; প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.সি. পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭১৪২)]

(ক) ১১ সেকেন্ড (খ) ১২ সেকেন্ড উত্তর: খ
(গ) ১৩ সেকেন্ড (ঘ) ১৪ সেকেন্ড

০২. ক একটি কাজ ৫ দিনে এবং খ তা ১০ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ১ দিনে এর কত অংশ করতে পারবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (ইকামতি) : ২০১০]

(ক) $\frac{১}{১৫}$ (খ) $\frac{১}{১০}$
(গ) $\frac{২}{২৫}$ (ঘ) $\frac{৩}{১০}$ উত্তর: ঘ

০৩. দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ১০ ও ১৫ ঘন্টায় পানি পূর্ণ করে। নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পানি পূর্ণ হবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (জবা) : ২০১১; প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মেঘনা)-২০১৩; প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মোজনা)-২০১৩; প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(আনন্দা)-২০১৪]

(ক) ৬ ঘন্টায় (খ) ৫ ঘন্টায় উত্তর: ক
(গ) ৪ ঘন্টায় (ঘ) ২ ঘন্টায়

০৪. একটি চৌবাচ্চায় দুটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৪ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা ১২ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (১ম খণ্ড) সেট: (৮৫৮৬)]

(ক) ৪ (খ) ৫

(গ) ৬ (ঘ) ৩ উত্তর: ঘ
০৫. অপু, নীপু, নিপু একটি কাজ যথাক্রমে ৬, ১০, ১৫ দিনে করতে পারে। একত্রে তারা কাজটি কতদিনে করতে পারবে? [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ খণ্ড) সেট: (৪১২৪)]

(ক) ৩ দিন (খ) ১২ দিন
(গ) ৯ দিন (ঘ) ৬ দিন উত্তর: ঘ

০৬. ক, খ ও গ একা একা একটি কাজ যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ দিনে করতে পারে। তারা প্রত্যেকে পর পর ২ দিন কাজ করার পর কতটুকু কাজ বাকি থাকে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (মেঘনা) : ২০০৬]

০৭. তিনটি মেশিন একটি কাজ যথাক্রমে ৪, ৫, ৬ ঘন্টায় করতে পারে। প্রথম দুইটি মেশিন সর্বোচ্চ ক্ষমতার একত্রে কাজ করে এক ঘন্টায় কতটুকু কাজ করতে পারবে? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(নারায়ণ)-২০১৩]

(ক) $\frac{১১}{৩০}$ (খ) $\frac{৯}{২০}$
(গ) $\frac{৩}{৫}$ (ঘ) $\frac{১১}{১৫}$ উত্তর: খ

০৮. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। খ একা কাজটি ১৪ দিনে শেষ করতে পারলে ক একা কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (হালদাহেরা) : ২০১১] + [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(পুলিয়ার)-২০১৩] + [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(হেয়ারেরা)-২০১৩] + [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় খণ্ড) সেট: (৩১৯৭)]

(ক) ৩৫ (খ) ২৫ উত্তর: ক
(গ) ২৮ (ঘ) ৩২

০৯. একটি নল ১২ মিনিটে একটি খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ করে। অপর একটি নল প্রতি মিনিটে ১৪ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় নল দুটি খুলে দিলে ৯৬ মিনিটে উহা পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে। [প্রতিবেশ্য মন্ত্রণালয়ের সহ. পরি. - ২০১৮] + [৯ম-১০ম সেপ্ট-৩৫ এর উদা: ৩৭]

(ক) ১৪৫ লিটার (খ) ১৫৫ লিটার
(গ) ২০৮ লিটার (ঘ) ১৯২ লিটার উত্তর: ঘ

১০. একটি গাড়ি ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে চলে, ৩ মিনিট ৩০ সেকেন্ডে উহা কত দূর যাবে? [প্রাথমিক সহ.শি.সি. পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]

(ক) ৩.৫ কিলোমিটার (খ) ২.১০ কিলোমিটার
(গ) ২.০ কিলোমিটার (ঘ) ৩.৩ কিলোমিটার উত্তর: ক

১১. ১৫০ মিটার লম্বা ট্রেন ৪৫০ মিটার লম্বা একটি প্রাটফরমকে ২০ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে ঐ ট্রেনের গতিবেগ প্রতি সেকেন্ডে কত হবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (জবা) : ২০১১] + [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় খণ্ড) সেট: (৩১৯৭)]

(ক) ৪০ মিটার (খ) ৩০ মিটার উত্তর: খ
(গ) ২৫ মিটার (ঘ) ২০ মিটার

নৌকা ও শ্রোত সংক্রান্ত

❏ কিছু Basic সূত্র মনে রাখুন:

- ক. অনুকূলে গতিবেগ = স্থির গতিবেগ + শ্রোতের গতিবেগ
 খ. প্রতিকূলে গতিবেগ = স্থির গতিবেগ - শ্রোতের গতিবেগ
 গ. স্থির গতিবেগ = অনুকূল গতি - শ্রোতের গতি, অথবা,
 প্রতিকূল গতি + শ্রোতের গতি

$$\text{ঘ. স্থির গতিবেগ} = \frac{\text{অনুকূল গতি} + \text{প্রতিকূল গতি}}{2}$$

$$\text{ঙ. শ্রোতের গতি} = \frac{\text{অনুকূল গতি} - \text{প্রতিকূল গতি}}{2}$$

চ. গড় গতিবেগ:

$$= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ(যাওয়া + আসা)}}{\text{মোট অতিবাহিত সময় (যাওয়া + আসা)}}$$

$$\text{কিছু শুধু গতিবেগ থাকলে} = \frac{2xy}{x+y}, \text{ x ও y দুটি গতি}$$

১৭. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা শ্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় ১৫ কি.মি. এবং শ্রোতের প্রতিকূলে ঘন্টায় ৫ কি.মি. যায়। শ্রোতের বেগ নির্ণয় করুন। [১৫তম বিসিএস মাসিক সঞ্চয়-নিষিত]
 (ক) ঘন্টায় ১০ কি.মি. (খ) ঘন্টায় ৭ কি.মি.
 (গ) ঘন্টায় ৪ কি.মি. (ঘ) ঘন্টায় ৫ কি.মি. উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: শ্রোতের বেগ} = \frac{১৫ - ৫}{2} = ৫ \text{ কি.মি./ঘন্টা}$$

১৮. লঞ্চ ও শ্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ঘন্টায় ১৫ কিমি ও ৫ কিমি। নদীপথে ৩০ কিমি বেয়ে আবার ফিরে আসতে সময় লাগবে- [১২তম বিসিএস]

$$\text{(ক) } ৩\frac{১}{২} \text{ ঘন্টা} \quad \text{(খ) ৪ ঘন্টা}$$

$$\text{(গ) } ৪\frac{১}{২} \text{ ঘন্টা} \quad \text{(ঘ) ৫ ঘন্টা} \quad \text{উত্তর: গ}$$

সমাধান: শ্রোতের অনুকূলে গতিবেগ = ১৫ + ৫ = ২০ কিমি
 আবার শ্রোতের প্রতিকূলে গতিবেগ = ১৫ - ৫ = ১০ কিমি

$$\text{সুতরাং অনুকূলে ও প্রতিকূলে মিলে মোট লাগা সময়} = \frac{৩০}{২০} + \frac{৩০}{১০} = ৩ + \frac{৩}{২} = \frac{৬+৩}{২} = \frac{৯}{২} = ৪\frac{১}{২} \text{ ঘন্টা}$$

২৪. নৌকা ও শ্রোতের গতি ঘন্টায় ১০ ও ৫ কি.মি। নদীপথে ৪৫ কি.মি দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? [১২তম বিসিএস]

- (ক) ৬ (খ) ১০
 (গ) ১২ (ঘ) ১৫ উত্তর: গ

সমাধান: অনুকূলে যাওয়ার সময় গতিবেগ ১০+৫ = ১৫, এবং যাওয়ার সময় মোট সময় লেগেছে ৪৫÷১৫ = ৩ ঘন্টা। আবার ফেরত আসার সময় গতিবেগটি স্বাভাবিকভাবেই প্রতিকূল হয়ে যাবে তাই গতি হবে ১০-৫ = ৫ কিমি। এখন আসার ক্ষেত্রে মোট সময় লাগবে ৪৫÷৫ = ৯ ঘন্টা। তাহলে যাওয়া+আসায় মোট সময় লাগলো ৩+৯ = ১২ ঘন্টা।

২৫. লঞ্চ ও শ্রোতের ঘন্টায় গতিবেগ যথাক্রমে ১৮ ও ৬ কিমি। নদীপথে ৪৮ কিমি পথ অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? [২১তম বিসিএস]

- (ক) ৭ ঘন্টা (খ) ৯ ঘন্টা
 (গ) ৬ ঘন্টা (ঘ) ১২ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: শ্রোতের অনুকূলে,
 লঞ্চের বেগ + শ্রোতের বেগ = ১৮ + ৬ = ২৪ কি.মি.

$$\therefore ৪৮ \text{ কি.মি. যেতে সময় লাগবে } \frac{৪৮}{২৪} \text{ ঘন্টা} = ২ \text{ ঘন্টা}$$

শ্রোতের প্রতিকূলে,

$$\text{লঞ্চের বেগ-শ্রোতের বেগ} = ১৮ - ৬ = ১২ \text{ কি.মি.}$$

$$\therefore ৪৮ \text{ কি.মি. যেতে সময় লাগবে} = \frac{৪৮}{১২} \text{ ঘন্টা} = ৪ \text{ ঘন্টা}$$

$$\therefore \text{মোট সময় লাগবে} = ৪ + ২ = ৬ \text{ ঘন্টা। (উত্তর)}$$

২৬. লঞ্চ ও শ্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ১৬ কি. মি. ও ৪ কি. মি.। নদী পথে ৩০ কি. মি. অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? [৩৬তম বিসিএস মাসিক সঞ্চয়-নিষিত]

- (ক) ৪ ঘন্টা (খ) ২ ঘন্টা
 (গ) ৩ ঘন্টা (ঘ) ৫ ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান:
 শ্রোতের অনুকূলে ১ ঘন্টায় যাবে (১৬+৪) = ২০ কি.মি.

$$\text{সুতরাং যেতে মোট সময় লাগছে} = \frac{৩০}{২০} = \frac{৩}{২} \text{ ঘন্টা}$$

$$\text{শ্রোতের প্রতিকূলে ১ ঘন্টায় যাবে (১৬ - ৪) = ১২ কি.মি.}$$

$$\text{সুতরাং যেতে মোট সময় লাগছে} = \frac{৩০}{১২} = \frac{৫}{২} \text{ ঘন্টা}$$

$$\text{অর্থাৎ যেতে + আসতে মোট সময় লাগবে} = \frac{৩}{২} + \frac{৫}{২} = ৪ \text{ ঘন্টা (উত্তর)}$$

২৬. একজন মাঝি শ্রোতের অনুকূলে ২ ঘণ্টায় ৫ মাইল যায় এবং ৪ ঘণ্টায় প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসে। তার মোট ভ্রমণে প্রতি ঘণ্টায় গড়বেগ কত? [২০তম বিসিএস]

(ক) $\frac{5}{6}$

(খ) $1\frac{2}{3}$

(গ) $1\frac{9}{8}$

(ঘ) $3\frac{3}{8}$

উত্তর: খ

সমাধান: মোট সময় = ২ + ৪ = ৬ ঘণ্টা

মোট দূরত্ব = ৫ × ২ = ১০ মাইল

∴ গড় = $\frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$ (উত্তর)

গড় গতিবেগ:

০৯. একটি লোক খাড়া উত্তর দিকে ৩ মাইল দূরত্ব অতিক্রম করে প্রতি মাইল ২ মিনিটে এবং খাড়া দক্ষিণ দিকে পূর্বস্থানে ফিরে আসে প্রতি মিনিটে ২ মাইল হিসেবে। লোকটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় কত মাইল? [১৩তম বিসিএস]

(ক) ৪৫

(খ) ৪৮

(গ) ৭৫

(ঘ) ২৪

উত্তর: খ

সমাধান:

২ মিনিটে যায় ১ মাইল অর্থাৎ ৬০ মিনিটে যায় ৩০ মাইল

১ মিনিটে যায় ২ মাইল অর্থাৎ ৬০ মিনিটে যায় ১২০ মাইল

গড় গতিবেগ = $\frac{2 \times x \times y}{x + y}$ (x এবং y দুটি ভিন্ন গতিবেগ)

= $\frac{2.60.120}{30+120} = \frac{7200}{150} = 48$ (উত্তর)

১১. If a man swims 4 meters upstream at 1 mph and back downstream to the same point at 4 mph, what is his average speed? [২৮তম বিসিএস]

(ক) 0.8 mph

(খ) 1.6 mph

(গ) 2.4 mph

(ঘ) 3.2 mph

উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, বেগ = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$ বা, সময় = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$

শ্রোতের বিপরীতে, সময় লাগে = $\frac{8}{1} = 8$ ঘণ্টা

শ্রোতের অভিমুখে, সময় লাগে = $\frac{8}{4} = 2$ ঘণ্টা

গড় গতিবেগ = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}} = \frac{8 + 8}{8 + 2} = 1.6$ মাইল/ঘণ্টা (উত্তর)

১০. ৩০ কি.মি. পথ পাড়ি দিতে জয়নুলের রনির থেকে ২ ঘণ্টা সময় বেশি লেগেছে। জয়নুল যদি তার গতি বিতরণ করত তাহলে রনির থেকে ১ ঘণ্টা সময় কম লাগত। জয়নুলের গতি কত ছিল? [৪২তম বিসিএস]

(ক) ৪ কি.মি/ঘণ্টা

(খ) ৫ কি.মি/ঘণ্টা

(গ) ৬ কি.মি/ঘণ্টা

(ঘ) ৭ কি.মি/ঘণ্টা

উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, জয়নুলের গতিবেগ x কি.মি/ঘণ্টা

রনির গতিবেগ y কি.মি/ঘণ্টা

প্রথমতে, $\frac{30}{x} - \frac{30}{y} = 2$

বা, $\frac{30}{y} = \frac{30}{x} - 2 \dots\dots\dots(i)$

আবার, $\frac{30}{y} - \frac{30}{2x} = 1$

বা, $\frac{30}{y} = \frac{30}{2x} + 1 \dots\dots\dots(ii)$

[(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই

$\frac{30}{x} - 2 = \frac{30}{2x} + 1$

বা, $\frac{30}{x} - \frac{30}{2x} = 1 + 2$

বা, $\frac{60-30}{2x} = 3$

বা, $6x = 30 \therefore x = 5$ কি.মি./ঘণ্টা

অনুশীলন করুন:

০১. লক্ষ ও শ্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ঘণ্টায় ১২ কিমি ও ৪ কিমি। নদীপথে ৩২ কিমি অতিক্রম করে পুনরায় ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(বৃত্তিমা)-২০১৩]

(ক) ৪ ঘণ্টা

(খ) $8\frac{1}{2}$ ঘণ্টা

(গ) $5\frac{1}{2}$ ঘণ্টা

(ঘ) ৬ ঘণ্টা

উত্তর: ঘ

০১. লক্ষ ও শ্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ১৮ কিমি ও ৬ কিমি। নদীপথে ৪৮ কিমি অতিক্রম করে পুনরায় ফিরে আসতে সময় লাগবে-- [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(গামা)-২০১৪] + [প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (২৮১৫)] + [প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]

(ক) ৮ ঘণ্টা

(খ) ১০ ঘণ্টা

(গ) ৫ ঘণ্টা

(ঘ) ৬ ঘণ্টা

উত্তর: ঘ

ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশ

সাধারণ ভগ্নাংশ:

০১. ০.৪৭ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে? [৩২তম বিসিএস]

(ক) $\frac{৪৭}{৯০}$ (খ) $\frac{৪৩}{৯০}$
 (গ) $\frac{৪৩}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{৪৭}{৯০}$ উত্তর: খ

সমাধান: $০.৪৭ = \frac{৪৭-৪}{৯০} = \frac{৪৩}{৯০}$ (উত্তর)

০২. ১.১৬ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি? [২৯তম বিসিএস]

(ক) $১\frac{১}{৬}$ (খ) $১\frac{৮}{৪৫}$
 (গ) $১\frac{৪}{২৫}$ (ঘ) $১\frac{১৬}{৯৯}$ উত্তর: গ

সমাধান: $১.১৬ = \frac{১১৬}{১০০} = ১\frac{৪}{২৫}$

০৩. কোন ভগ্নাংশটি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত? [২৪তম বিসিএস]

(ক) $\frac{৭৭}{১৪৩}$ (খ) $\frac{১০২}{২৮৯}$
 (গ) $\frac{১১৩}{৩৫৫}$ (ঘ) $\frac{৩৪৩}{১০০১}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{৭৭}{১৪৩} = ০.৫৩৮$

$\frac{১০২}{২৮৯} = ০.৩৫২$; $\frac{১১৩}{৩৫৫} = ০.৩১৮$; $\frac{৩৪৩}{১০০১} = ০.৩৪২$

সবচেয়ে ছোট ভগ্নাংশ = $\frac{১১৩}{৩৫৫}$

০৪. ৪ টি ১ টাকার নোট এবং ৮টি ২ টাকার নোট একত্রে ৮টি ৫ টাকার নোটের কত অংশ? [২৯-তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১}{৪}$ (খ) $\frac{১}{২}$
 (গ) $\frac{১}{৮}$ (ঘ) $\frac{১}{১৬}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{৪ \times ১ \text{ টাকার নোট} + ৮ \times ২ \text{ টাকার নোট}}{৮ \times ৫ \text{ টাকার নোট}}$

$= \frac{২০ \text{ টাকা}}{৪০ \text{ টাকা}} = \frac{১}{২}$ (উত্তর)

০৫. যদি $\frac{Q}{P} = \frac{1}{4}$ হয় তবে $\frac{P+Q}{P-Q}$ এর মান- [৩১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{5}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$
 (গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{7}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{Q}{P} = \frac{1}{4}$ বা, $\frac{P}{Q} = 4$

বা, $\frac{P+Q}{P-Q} = \frac{4+1}{4-1} = \frac{5}{3}$ (উত্তর)

০৬. কোন সংখ্যার $\frac{2}{9}$ অংশ ৬৪ এর সমান? [১৫তম বিসিএস]

(ক) $১৮\frac{2}{9}$ (খ) ২৪৮
 (গ) ২১৭ (ঘ) ২২৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: X এর $\frac{2}{9} = ৬৪$

বা, X = ৬৪ এর $\frac{9}{2} = ২২৪$ (উ)

০৭. $\left(\frac{১২৫}{২৭}\right)^{\frac{2}{3}}$ এর সহজ প্রকাশ? [১৭তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১}{২৫}$ (খ) $\frac{৫}{২০}$
 (গ) $\frac{৯}{২৫}$ (ঘ) $\frac{৩}{২০}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\left(\frac{১২৫}{২৭}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{২৭}{১২৫}\right)^{\frac{২}{3}} = \left(\frac{৩}{৫}\right)^{০ \times \frac{২}{3}}$
 $= \left(\frac{৩}{৫}\right)^{\frac{২}{3}}$ (উত্তর)

০৮. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লগের অন্তর ২, হর ও লব উভয় থেকে ৩ বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সঙ্গে $\frac{১}{৪}$ যোগ করলে যোগফল ১ হয়, ভগ্নাংশটি কত? [৩২তম বিসিএস]

(ক) $\frac{৭}{৯}$ (খ) $\frac{৯}{১১}$

(গ) $\frac{১১}{১৩}$ (ঘ) $\frac{১৩}{১৫}$ উত্তর: খ

সমাধান: প্রতিটিরই লব ও হরের অন্তর ২।

যেহেতু $\frac{১}{৪}$ যোগ করলে যোগফল ১ হবে।

সুতরাং ভগ্নাংশটি হতে হবে $\frac{৩}{৪}$

(ক) $\frac{৭-৩}{৯-৩} = \frac{৩}{৬}$ বা, $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩} \neq \frac{৩}{৪}$

(খ) $\frac{৯-৩}{১১-৩} = \frac{৬}{৮}$ বা, $\frac{৬}{৮} = \frac{৩}{৪}$ উত্তর: $\frac{৩}{৪}$

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয় :

আড়াআড়ি গুণ করার মাধ্যমে ভগ্নাংশের তুলনা:

১৯. কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? [২৪তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{৩১}$

(গ) $\frac{২}{২১}$ (ঘ) $\sqrt{০.০২}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{১}{১১}$ $\frac{৩}{৩১}$

আড়গুণ করে যে ভগ্নাংশের লবের উপরের গুণফলটি ছোট (৩৩ > ৩১) হয়, সেটিই ছোট ভগ্নাংশ। এখানে ছোট

ভগ্নাংশ $\frac{১}{১১}$ ।

$\frac{১}{১১} \times \frac{২}{২১}$

এখানে ছোট ভগ্নাংশটি $\frac{১}{১১}$ ।

$\frac{১}{১১} = ০.০৯$ এবং $\sqrt{০.০২} = ০.১৪১$ । সবগুলো অপশন

বিবেচনায় সবচেয়ে ছোট মান $\frac{১}{১১}$ (উত্তর)।

১০. কোনটি সবচেয়ে ছোট? [৩১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{২}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{১১}$

(গ) $\frac{২}{১৩}$ (ঘ) $\frac{৪}{১৫}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{২}{১১} \cdot \frac{৩}{১১}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমহর বিশিষ্ট।

এক্ষেত্রে সহজেই বোঝা যায় $\frac{২}{১১}$ ছোট।

$\frac{২}{১১} \cdot \frac{২}{১৩}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমলব বিশিষ্ট। এক্ষেত্রে সহজেই

বোঝা যায় $\frac{২}{১৩}$ ছোট এবং শেষে $\frac{২}{১৩} < \frac{৪}{১৫}$

কারণ $(২ \times ১৫) < (৪ \times ১৩)$ ।

১১. নিচের কোনটি সবচেয়ে ছোট সংখ্যা? [৪১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১৮}{৩৬}$ (খ) $\frac{৫}{৩}$

(গ) $\frac{১৬}{৩১}$ (ঘ) $\frac{৪}{১২}$ উত্তর: ঘ

স্মার্ট সমাধান:

$\frac{১৮}{৩৬}$, $\frac{৫}{৩}$ এবং $\frac{৪}{১২}$ ভগ্নাংশগুলো লেখা যায় যথাক্রমে,

$\frac{১৮}{৩৬}$, $\frac{৬০}{৩৬}$ এবং $\frac{১২}{৩৬}$ এখানে হরগুলো সমান করার পর

লবগুলোর মধ্যে সবথেকে ছোট $\frac{১২}{৩৬} = \frac{৪}{১২}$ এরপর এই

$\frac{৪}{১২}$ এবং $\frac{১৬}{৩১}$ এর লব সমান করলে দাঁড়ায় $\frac{১৬}{৪৮}$ এবং

$\frac{১৬}{৩১}$, লব সমান হওয়া হর যার বড় সেই ভগ্নাংশটি ছোট

হবে। সুতরাং উত্তর: $\frac{৪}{১২}$

বিকল্প সমাধান:

$\frac{১৮}{৩৬} = ০.৫$, $\frac{৫}{৩} = ১.৬৭$, $\frac{১৬}{৩১} = ০.৫১$,

$\frac{৪}{১২} = ০.৩৩$ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি (ঘ)

১২. নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম? [৩০তম বিসিএস]

(ক) ০.৩ (খ) $\sqrt{০.৩}$

(গ) $\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{২}{৫}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{০.৩} = ০.৫৪৭$; $\frac{১}{৩} = ০.৩৩৩$; $\frac{২}{৫} = ০.৪০$

১৩. কোন সংখ্যাটি নিম্নের শ্রেণিতে সবচাইতে স্বল্প পরিমাণ উপস্থাপন করে? [৪৫তম বিসিএস]

(ক) ৭ (খ) ৮

(গ) ০.৩৩ (ঘ) ০.৩১ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $০.৩১ < ০.৩৩ < ৭ < ৮$ ∴ সবথেকে স্বল্প পরিমাণ হলো ০.৩১

(গ) $\frac{১১}{১৩}$ (ঘ) $\frac{১৩}{১৫}$ উত্তর: খ

সমাধান: প্রতিটিরই লব ও হরের অন্তর ২।

যেহেতু $\frac{১}{৪}$ যোগ করলে যোগফল ১ হবে।

সুতরাং ভগ্নাংশটি হতে হবে $\frac{৩}{৪}$

(ক) $\frac{৭-৩}{৯-৩} = \frac{৩}{৬}$ বা, $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩} \neq \frac{৩}{৪}$

(খ) $\frac{৯-৩}{১১-৩} = \frac{৬}{৮}$ বা, $\frac{৬}{৮} = \frac{৩}{৪}$ উত্তর: $\frac{৯}{১১}$

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয় :

আড়াআড়ি গুণ করার মাধ্যমে ভগ্নাংশের তুলনা:

১৯. কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? [২৪তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{৩১}$

(গ) $\frac{২}{২১}$ (ঘ) $\sqrt{০.০২}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{১}{১১}$ $\frac{৩}{৩১}$

আড়গুণ করে যে ভগ্নাংশের লবের উপরের গুণফলটি ছোট (৩৩ > ৩১) হয়, সেটিই ছোট ভগ্নাংশ। এখানে ছোট

ভগ্নাংশ $\frac{১}{১১}$ ।

$\frac{১}{১১} \times \frac{২}{২১}$

এখানে ছোট ভগ্নাংশটি $\frac{১}{১১}$ ।

$\frac{১}{১১} = ০.০৯$ এবং $\sqrt{০.০২} = ০.১৪১$ । সবগুলো অপশন

বিবেচনায় সবচেয়ে ছোট মান $\frac{১}{১১}$ (উত্তর)।

১০. কোনটি সবচেয়ে ছোট? [৩১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{২}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{১১}$

(গ) $\frac{২}{১৩}$ (ঘ) $\frac{৪}{১৫}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{২}{১১} \cdot \frac{৩}{১১}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমহর বিশিষ্ট।

এক্ষেত্রে সহজেই বোঝা যায় $\frac{২}{১১}$ ছোট।

$\frac{২}{১১} \cdot \frac{২}{১৩}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমলব বিশিষ্ট। এক্ষেত্রে সহজেই

বোঝা যায় $\frac{২}{১৩}$ ছোট এবং শেষে $\frac{২}{১৩} < \frac{৪}{১৫}$

কারণ $(২ \times ১৫) < (৪ \times ১৩)$ ।

১১. নিচের কোনটি সবচেয়ে ছোট সংখ্যা? [৪১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{১৮}{৩৬}$ (খ) $\frac{৫}{৩}$

(গ) $\frac{১৬}{৩১}$ (ঘ) $\frac{৪}{১২}$ উত্তর: ঘ

স্মার্ট সমাধান:

$\frac{১৮}{৩৬}$, $\frac{৫}{৩}$ এবং $\frac{৪}{১২}$ ভগ্নাংশগুলো লেখা যায় যথাক্রমে,

$\frac{১৮}{৩৬}$, $\frac{৬০}{৩৬}$ এবং $\frac{১২}{৩৬}$ এখানে হরগুলো সমান করার পর

লবগুলোর মধ্যে সবথেকে ছোট $\frac{১২}{৩৬} = \frac{৪}{১২}$ এরপর এই

$\frac{৪}{১২}$ এবং $\frac{১৬}{৩১}$ এর লব সমান করলে দাঁড়ায় $\frac{১৬}{৪৮}$ এবং

$\frac{১৬}{৩১}$, লব সমান হওয়া হর যার বড় সেই ভগ্নাংশটি ছোট

হবে। সুতরাং উত্তর: $\frac{৪}{১২}$

বিকল্প সমাধান:

$\frac{১৮}{৩৬} = ০.৫$, $\frac{৫}{৩} = ১.৬৭$, $\frac{১৬}{৩১} = ০.৫১$,

$\frac{৪}{১২} = ০.৩৩$ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি (ঘ)

১২. নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম? [৩০তম বিসিএস]

(ক) ০.৩ (খ) $\sqrt{০.৩}$

(গ) $\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{২}{৫}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{০.৩} = ০.৫৪৭$; $\frac{১}{৩} = ০.৩৩৩$; $\frac{২}{৫} = ০.৪০$

১৩. কোন সংখ্যাটি নিম্নের শ্রেণিতে সবচাইতে স্বল্প পরিমাণ উপস্থাপন করে? [৪৫তম বিসিএস]

(ক) ৭ (খ) ৮
(গ) ০.৩৩ (ঘ) ০.৩১ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $০.৩১ < ০.৩৩ < ৭ < ৮$ ∴ সবথেকে স্বল্প পরিমাণ হলো ০.৩১

□ বৃহত্তম ভগ্নাংশটি বেত্র করা:

১৪. নিচের কোন ভগ্নাংশটি $\frac{2}{3}$ হতে বড়? [১৮তম ও ৪৬তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{৩৩}{৫০}$ (খ) $\frac{৮}{১১}$
 (গ) $\frac{৩}{৫}$ (ঘ) $\frac{১৩}{২৭}$ উত্তর: খ

৯৯ ১০০
 ব্যাখ্যা: $\frac{৩৩}{৫০} \times \frac{২}{৩}$ [আড়গুণ করে দেখতে হবে]

আড়গুণ করে যে ভগ্নাংশের লবের উপরের গুণফলটি বড় (১০০ > ৯৯) হয়, সেটিই বড় ভগ্নাংশ। এখানে বড় ভগ্নাংশ $\frac{২}{৩}$ ।

২৪ ২২
 আবার, $\frac{৮}{১১} \times \frac{২}{৩}$ এক্ষেত্রে, ২৪ > ২২ হওয়ায় বড় ভগ্নাংশ $\frac{৮}{১১}$ । শুদ্ধ উত্তর: অপশন 'খ'।

যদি অপশন 'খ' টেস্ট করেও $\frac{২}{৩}$ হতে বড় ভগ্নাংশটি পাওয়া না যেত, সেক্ষেত্রে পরের অপশন টেস্ট করতে হতো।

১৫. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? [১৪তম ও ২২তম বিসিএস]

- (ক) ০.৩ (খ) $\sqrt{০.৩}$
 (গ) $\frac{২}{৫}$ (ঘ) $\frac{১}{৩}$ উত্তর: খ

১৬. $\frac{৫}{১২}$, $\frac{৬}{১৩}$, $\frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৩}{৮}$ এর মধ্যে সবথেকে বড় ভগ্নাংশ কোনটি? [৪১তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{৫}{১২}$ (খ) $\frac{৬}{১৩}$
 (গ) $\frac{১১}{২৪}$ (ঘ) $\frac{৩}{৮}$ উত্তর: খ

সমাধান: আড়াআড়ি গুণ করে পাই,

$$\frac{৫}{১২} \times \frac{৬}{৬} = ৬৫ < ৭২ \therefore \frac{৫}{১২} < \frac{৬}{১৩}$$

তাই $\frac{৬}{১৩}$ বাদ দিয়ে

$$\frac{৬}{১৩} \times \frac{১১}{১১} = ১৪৪ > ১৪৩ \therefore \frac{৬}{১৩} > \frac{১১}{২৪}$$

$$\text{তাই } \frac{১১}{২৪} \text{ বাদ দিয়ে } \frac{৬}{১৩} \times \frac{৩}{৮} = ৪৮ > ৩৯$$

$$\therefore \frac{৬}{১৩} > \frac{৩}{৮}$$

তাই $\frac{১১}{২৪}$ বাদ। সুতরাং $\frac{৬}{১৩}$ ভগ্নাংশটিই সবথেকে বড়।

বিকল্প সমাধান:

$$\frac{৫}{১২} = ০.৪১৬; \quad \frac{৬}{১৩} = ০.৪৬১$$

$$\frac{১১}{২৪} = ০.৪৫৮; \quad \frac{৩}{৮} = ০.৩৭৫$$

সুতরাং সবচেয়ে বড় ভগ্নাংশ = $\frac{৬}{১৩}$ (উত্তর)

স্মার্ট সমাধান:

যে ভগ্নাংশগুলোর হর সমান করা যাবে তাদের মুখে মুখে তুলনা করা যায় এভাবে $\frac{৫}{১২}$, $\frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৩}{৮}$ এদের হরগুলোর ১২, ২৪ এবং ৮ এর ল.সা.গু = ২৪ তাহলে এদেরকে লেখা যায়,

$$\frac{৫}{১২} = \frac{১০}{২৪}, \quad \frac{১১}{২৪} \text{ এবং } \frac{৩}{৮} = \frac{৯}{২৪} \text{ এদের মধ্যে } \frac{১১}{২৪} \text{ এর}$$

ল.ব বড় হওয়ায় $\frac{১১}{২৪}$ ই বড়। এখন $\frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৬}{১৩}$ এর

মধ্যে আড়াআড়ি গুণ করলে $(১১ \times ১৩) < (২৪ \times ৬)$

বা, $১৪৩ < ১৪৪$ হওয়ায় $\frac{৬}{১৩}$ ই সবথেকে বড় ভগ্নাংশ।

উত্তর: (খ)

১৭. নিচের কোন ভগ্নাংশটি বৃহত্তম? [৩৯তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{৬}{১১}$ (খ) $\frac{৮}{১৪}$
 (গ) $\frac{৩}{৫}$ (ঘ) $\frac{৫}{৮}$ উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } \frac{৬}{১১} = ০.৫৫; \quad \frac{৮}{১৪} = ০.৫৭;$$

$$\frac{৩}{৫} = ০.৬; \quad \frac{৫}{৮} = ০.৬২; \text{ (উত্তর: ঘ)}$$

সমীকরণ তৈরি করে সমাধান:

১৭. এক গোয়ালী তার ১১ সংখ্যক গাভীকে চার পুত্রের মধ্যে

নিম্নলিখিতভাবে বন্টন করে দিল : প্রথম পুত্রকে $\frac{১}{২}$

অংশ, দ্বিতীয় পুত্রকে $\frac{1}{8}$ অংশ, তৃতীয় পুত্রকে $\frac{1}{5}$ অংশ

এবং বাকী ৭ টি গাভী চতুর্থ পুত্রকে দিল। ঐ গোরালার গাভীর সংখ্যা কত ছিল? (১৪তম বিসিএস)

(ক) ১০০টি (খ) ১৪০টি
(গ) ১৮০টি (ঘ) ২০০টি উত্তর: খ
সমাধান:

$$\text{প্রথম পুত্র পেলে} = \frac{n}{2} \text{ টি}$$

$$\text{দ্বিতীয় পুত্র পেলে} = \frac{n}{4} \text{ টি}$$

$$\text{তৃতীয় পুত্র পেলে} = \frac{n}{5} \text{ টি}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{5} + 7 = n$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{5} = n - 7$$

$$\text{বা, } \frac{10n + 5n + 4n}{20} = n - 7$$

$$\text{বা, } 19n = 20n - 140$$

$$\text{অতএব, } n = 140 \text{ (উত্তর)}$$

১৮. এক ব্যক্তি তার মোট সম্পত্তির $\frac{3}{9}$ অংশ ব্যয় করার পরে

অবশিষ্টের $\frac{5}{12}$ অংশ ব্যয় করে দেখলেন যে তার নিকট

১০০০ টাকা রয়েছে। তার মোট সম্পত্তির মূল্য কত? (২৪তম বিসিএস)

(ক) ২০০০ টাকা (খ) ২৩০০ টাকা
(গ) ২৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা উত্তর: ঘ
সমাধান:

ধরি, মোট সম্পত্তি x , প্রথমে ব্যয় করলেন $\frac{3x}{9}$

অবশিষ্ট থাকে $\left(x - \frac{3x}{9}\right)$ অংশ = $\frac{4x}{9}$ অংশ

২য় বার ব্যয় করেন $\left(\frac{4x}{9} \text{ এর } \frac{5}{12}\right)$ অংশ = $\frac{5x}{21}$ অংশ

প্রশ্নমতে,

$$\frac{4x}{9} - \frac{5x}{21} = 1000 \text{ [প্রথমবারের পর যা থাকে তা থেকে}$$

২য় বারের খরচ বাদ দিলে অবশিষ্ট থাকে = ১০০০ টাকা।

$$\Rightarrow \frac{12x - 5x}{21} = 1000$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{21} = 1000$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = 1000 \therefore x = 3000 \text{ টাকা}$$

উত্তর: ৩০০০ টাকা।

আরো সহজে: পেছনের দিক থেকে,

$$\frac{9}{12} \text{ অংশ} = ১০০০ \text{ হলে, } ১ \text{ অংশ} = ১০০০ \times \frac{12}{9}$$

$$\text{আবার, } \frac{8}{9} \text{ অংশ} = ১০০০ \times \frac{12}{9} \text{ হলে, } ১ \text{ অংশ}$$

$$= ১০০০ \times \frac{12}{9} \times \frac{9}{8} = ৩০০০।$$

কখন সরাসরি ভগ্নাংশ লিখতে হবে আর কখন বিয়োগ করে হিসেব করতে হবে তা মনে রাখতে হবে।

এবং এই বিষয়টার উপর দক্ষতা আসলে সরাসরি,

$$১০০০ \times \frac{12}{9} \times \frac{9}{8} \text{ এতটুকু লিখেই উত্তর} = ৩০০০ \text{ টাকা}$$

৫ সেকেন্ডে।

MCQ Shortcut :

x না ধরে শুধু ভগ্নাংশগুলো লিখেই এভাবে করা যায়

$$২ \text{ ব্যয়ের যোগফল} = \left(\frac{3}{9} + \frac{8}{9} \text{ এর } \frac{5}{12}\right) = \frac{3}{9} + \frac{5}{21} = \frac{2}{3}$$

$$\text{এরপর অবশিষ্ট } \frac{1}{3} = ১০০০ \text{ হলে মোট} = ১০০০ \times 3 = ৩০০০$$

দশমিক ভগ্নাংশ:

১৯. ১.১, ০.০১ ও ০.০০১১ এর সমষ্টি কত? (২৯-তম বিসিএস)

(ক) ০.০১১১১ (খ) ১.১১১১
(গ) ১.১০১১১ (ঘ) ১১.১১০১ উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } ১.১ + ০.০১ + ০.০০১১ = ১.১১১১$$

২০. $০.০২ \times ০.০০২ \times ০.০১ = ?$ (৩৬তম বিসিএস মার্কিনিক দক্ষতা-নিবন্ধ)

(ক) ০.০০৪ (খ) ০.০০৪০
(গ) ০.০০০৪ (ঘ) ০.০০০০০০৪ উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } \frac{২}{১০০} \times \frac{২}{১০০০} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৪}{১০০০০০০০} = ০.০০০০০০৪$$

ইনসেপশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩৪৭ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

অথবা সরাসরি, তিনটি সংখ্যা গুণ করে ৪। $২+৩+২ = ৭$
ঘর আগে দশমিক দিতে হবে। তাই ৪ বাদে শূন্য নিতে হবে
৬টি। উত্তর: ০.০০০০০০৪

২১. $০.৪ \times ০.০২ \times ০.০৮ = ?$ [৫৯তম বিসিএস (কিশোর); ৩৭তম বিসিএস]

- (ক) ০.৬৪০০০ (খ) ০.০৬৪০০
(গ) ০.০০০৬৪ (ঘ) ৬.৪০০০ উত্তর: গ

সমাধান: $০.৪ \times ০.০২ \times ০.০৮ = ০.০০০৬৪$ ($১+২+২ = ৫$ ঘর আগে দশমিক বসবে শুধু সংখ্যাগুলো গুণ করে ৬৪ হওয়ায় ৬৪ এর আগে ৩টি শূন্য বসিয়ে তার আগে দশমিক বসাতে হবে।)

২২. $০.৩ \times ০.০৬ \times ০.০৭ = ?$ [৫৯তম বিসিএস (মার্বিনিক মকতাব)]

- (ক) ০.০০১২৬ (খ) ০.০০০০১২৬
(গ) ০.০০১২৬০ (ঘ) ১.২৬০০০ উত্তর: খ

সমাধান: $৩ \times ৬ \times ৭ = ১২৬$ এখন দশমিক বসাতে হবে
 $২+৩+৩ = ৮$ ঘর আগে। সুতরাং ১২৬ এর আগে ৫টি
শূন্য নিয়ে দশমিক বসাতে হবে। উত্তর: ০.০০০০১২৬

২৩. $০.১ \times ৩.৩৩ \times ৭.১ = ?$ [৪১তম বিসিএস]

- (ক) ৭.১৫ (খ) ৫.১৮
(গ) ২.৩৬ (ঘ) ১.৯৮ উত্তর: গ

সমাধান:

$$০.১ \times ৩.৩৩ \times ৭.১ = \frac{১}{১০} \times \frac{৩৩৩}{১০০} \times \frac{৭১}{১০}$$

$$= \frac{২৩৬৪৩}{১০০০০} = ২.৩৬৪৩ = ২.৩৬$$

অনুশীলন করুন:

০১. ০.২৫ কে সামান্য ভগ্নাংশে পরিণত করলে হবে- [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা (পত্র)-২০১৫]

- (ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{১}{৫}$
(গ) $\frac{১}{৪}$ (ঘ) $\frac{৩}{৪}$ উত্তর: গ

০২. নিচের ভগ্নাংশ গুলোর মধ্যে কোনটি বৃহত্তম? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কর্ণাটক) - ২০১২]

- (ক) $\frac{৩}{৪}$ (খ) $\frac{৫}{৬}$
(গ) $\frac{৭}{৯}$ (ঘ) $\frac{৮}{১১}$ উত্তর: খ

০৩. নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে বৃহত্তম কোনটি? [প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.দি. পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭১৪২)]

- (ক) $\frac{৪}{৭}$ (খ) $\frac{৫}{৮}$
(গ) $\frac{৭}{১১}$ (ঘ) $\frac{২}{৩}$ উত্তর: ঘ

০৪. নিচের ভগ্নাংশগুলো মধ্যে বৃহত্তম কোনটি? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (তিস্তা) - ২০১০]

- (ক) $\frac{৩}{৫}$ (খ) $\frac{৪}{৭}$
(গ) $\frac{৫}{৮}$ (ঘ) $\frac{৬}{১১}$ উত্তর: গ

০৫. কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা-২০১৫ ও ২০১৬; প্রাথমিক সহ. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]

- (ক) $\frac{৪}{২৭}$ (খ) $\frac{৭}{৩৬}$
(গ) $\frac{১১}{৪৫}$ (ঘ) $\frac{২}{৯}$ উত্তর: ক

০৬. কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা-২০১৬ সেট: (মুক্তি, কেটা)]

- (ক) $\frac{৫}{২৭}$ (খ) $\frac{৭}{৩৬}$
(গ) $\frac{১১}{৪৫}$ (ঘ) $\frac{২}{৯}$ উত্তর: ক

০৭. নিচের কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম? [প্রাথমিক সহ.শি.দি. পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]

- (ক) $\frac{৩}{৬}$ (খ) $\frac{২}{৭}$
(গ) $\frac{৫}{২১}$ (ঘ) $\frac{১}{৩}$ উত্তর: গ

০৮. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের পার্থক্য ১ এবং সমষ্টি ৭, ভগ্নাংশটি কত? [প্রাথমিক সহ.শি.দি. পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]

- (ক) $\frac{১}{৬}$ (খ) $\frac{৪}{৩}$
(গ) $\frac{২}{৫}$ (ঘ) $\frac{৩}{৪}$ উত্তর: খ

২৪. এক ব্যক্তির জুলাই মাসের আয় তার বাকি ১১ মাসের আয়ের সমান হলে, তার জুলাই মাসের আয় সারা বছরের আয়ের কত অংশ? [প্রাথমিক সহ. শি.দি. পরীক্ষা-২০১৯ (১ম ধাপ) সেট: (৮৩৮৬)]

- (ক) $\frac{১}{২}$ (খ) $\frac{২}{৩}$
(গ) $\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{১}{৪}$ উত্তর: ক

বর্গ, বর্গমূল ও সরলীকরণ

বর্গ, বর্গমূল

২৫. ০.১ এর বর্গমূল কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) ০.১ (খ) ০.০১
(গ) ০.২৫ (ঘ) কোনোটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: ০.১ এর বর্গমূল = $\sqrt{0.01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10} = 0.1$ (উত্তর)

২৬. বর্গমূল করুন : $\sqrt{0.09} = ?$ [৩৬তম বিসিএস মাসিক নকশা-নির্ধারিত]

- (ক) ০.৩ (খ) ৩
(গ) ০.০৩ (ঘ) ৯ উত্তর: ক

সমাধান: $0.3 \times 0.3 = 0.09$ অর্থাৎ গুণফলে দশমিকের পর অতিরিক্ত একটি শূন্য আসবে।

১১. $\sqrt{15.6025} = ?$ [৩৬তম বিসিএস]

- (ক) ৩.৮৫ (খ) ৩.৭৫
(গ) ৩.৯৫ (ঘ) ৩.৬৫ উত্তর: গ

সমাধান: বিপরীত পাশ থেকে ভাগ করলে অথবা অপশন থেকে $3.95 \times 3.95 = 15.6025$ ।

১২. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2}$ সমান- [২৬তম ও ৩২তম বিসিএস]

- (ক) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (খ) $8 - \sqrt{2}$
(গ) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (ঘ) $\sqrt{3} + 2$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)}{\sqrt{6}+2(\sqrt{6}-2)}$
 $= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{6-4} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (উত্তর)

১৩. $\sqrt{80} + \sqrt{125} = ?$ [৩৬তম বিসিএস মাসিক নকশা-নির্ধারিত]

- (ক) $8\sqrt{5}$ (খ) $20\sqrt{5}$
(গ) $80\sqrt{5}$ (ঘ) $60\sqrt{5}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{80} + \sqrt{125} = \sqrt{16 \times 5} + (\sqrt{5})^2$
 $= 8\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \sqrt{5} = 8\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$
 $= \sqrt{5}(8+5) = 13\sqrt{5} \therefore$ সঠিক উত্তর $13\sqrt{5}$

সরলীকরণ

১৪. $\frac{15 \div 15 \times 15}{15 \div 15}$ এর মান কত? [১১তম বিসিএস]

- (ক) 0 (খ) 1
(গ) 225 (ঘ) $\frac{1}{225}$ উত্তর: গ

সমাধান: BODMAS এর প্রতিমা অনুযায়ী সমাধান করতে হবে-

B = Bracket (বন্ধনী) () [] {}

O = Of (এর)

D = Division (ভাগ) ÷

M = Multiplication (গুণ) ×

A = Addition (যোগ) +

S = Subtraction (বিয়োগ) -

$\frac{15 \div 15 \times 15}{15 \div 15} = \frac{1 \times 15}{1} = 15$ (উত্তর)

১৫. $\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8}$ এর মান কত? [৪০তম বিসিএস প্রিন্সিপাল]

- (ক) ০.৩৬ (খ) ০.৫১
(গ) ০.৮১ (ঘ) ০.৬১ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8} = \frac{0.9 \times 0.9 \times 0.9 + 0.8 \times 0.8 \times 0.8}{1.7} = \frac{0.729 + 0.512}{1.7} = \frac{1.241}{1.7} = 0.73$

বিকল্প সমাধান: আবার সূত্র প্রয়োগ করেও এভাবে করা যায়,

$\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8} = \frac{(0.9 + 0.8)[(0.9)^2 - (0.9 \times 0.8) + (0.8)^2]}{0.9 + 0.8}$
[যেহেতু $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$]
 $= 0.81 - 0.72 + 0.64 = 0.73$
Ans: ০.৬১

ইনসেপশন (গাণিতিক যুক্তি) # ৩৪৯ # বিসিএস প্রশ্ন ব্যাংক (১০ম থেকে ৪৬তম বিসিএস)

১৫. $\frac{.1 \times .01 \times .001}{.2 \times .02 \times .002}$ এর মান কত? [১০ম বিসিএস]
- (ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{800}$
 (গ) $\frac{1}{8000}$ (ঘ) $\frac{1}{8}$ উত্তর: ঘ
- সমাধান: $\frac{.1 \times .01 \times .001}{.2 \times .02 \times .002} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

অনুশীলন করুন:

০১. $(0.01)^2$ -এর মান কোন ভগ্নাংশটির সমান? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(পৌতলাকা)-২০১০] [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (০১২৪)]
- (ক) $\frac{2}{10}$ (খ) $\frac{2}{100}$
 (গ) $\frac{2}{1000}$ (ঘ) $\frac{2}{10000}$ উত্তর: ঘ
০২. $(0.003)^2 =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (ককোডোয়া) : ২০১০]
- (ক) ০.০০৯ (খ) ০.০০০৯
 (গ) ০.০০০০৯ (ঘ) ০.০০০০০৯ উত্তর: ঘ
০৩. $(0.008)^2 =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (ময়ূর) : ২০১২]
- (ক) ০.০১৬ (খ) ০.০০০০১৬
 (গ) ০.০০০১৬ (ঘ) ০.০০১৬ উত্তর: খ
০৪. $(0.002)^2$ [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মুরনা)-২০১০]
- (ক) ০.০০৪ (খ) ০.০০০৪
 (গ) ০.০০০০৪ (ঘ) ০.০০০০০৪ উত্তর: ঘ
০৫. ৬৫৫৮ এর সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? [প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.সি.পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-১১৪২)]
- (ক) ২ (খ) - ২
 (গ) ০ (ঘ) ৩ উত্তর: ঘ
০৬. একটি ক্লাসের শিক্ষার্থীদের মধ্যে ২৭০০ চকলেট বিতরণ করা হলো। প্রত্যেক শিক্ষার্থী ক্লাসের মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার তিনগুণ পরিমাণ পেলে শিক্ষার্থী সংখ্যা কত? [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (১ম ধাপ) সেট: (৮৫৮৬)]
- (ক) ৪৫ (খ) ৩৫
 (গ) ৩০ (ঘ) ৪০ উত্তর: গ
০৭. কোন সংখ্যার বর্গমূলের সাথে ২০ যোগ করলে ৫-এর বর্গ হবে? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১০]
- (ক) ২৫ (খ) ১৬
 (গ) ৩৬ (ঘ) ৪৯ উত্তর: ক
০৮. $0.5 + 0.05 + 0.005 \times 0.5 \times 0.05 \times 0.005 =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (দ্বিতীয় পর্যায়): ২০২৪]
- (ক) 0.550000625 (খ) 0.550000525
 (গ) 0.550000425 (ঘ) 0.550000325 উত্তর: ক

০৯. $4 \times 5 \times 0 \times 7 \times 1 = ?$ [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (২য় ধাপ) সেট: (৭৪৮৩)]
- (ক) 0 (খ) 210
 (গ) 140 (ঘ) 180 উত্তর: ক
১০. $(-1) \times (-1) \times (-1) + (-1) \times (-1) = ?$ [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (সিলেট বিভাগ) : ২০০৭]
- (ক) 0 (খ) 1
 (গ) 2 (ঘ) 4 উত্তর: ক
১১. $\frac{2}{3} \div \frac{8}{5}$ এর $\frac{20}{25} =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কপোতাক্ষ) : ২০১০]
- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{8}{25}$
 (গ) $\frac{9}{8}$ (ঘ) $\frac{5}{60}$ উত্তর: গ
১২. $\frac{1}{3} \div \frac{8}{5} \times \frac{3}{8} =$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মিসিসিপি)-২০১০]
- (ক) $\frac{5}{16}$ (খ) $\frac{5}{8}$
 (গ) $\frac{8}{13}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$ উত্তর: ক
১৩. $\frac{2}{3} + \frac{8}{5}$ এর $\frac{20}{25} =$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(মিসিসিপি)-২০১০]
- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{9}{8}$
 (গ) $\frac{5}{60}$ (ঘ) $\frac{8}{25}$ উত্তর: খ

বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

সাধারণ নিয়ম:

০১. $\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ হবে? [১০০তম ও ২০তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{2y^2-x^2}{xy}$ (খ) $\frac{x^2-2y^2}{xy}$
 (গ) $\frac{x^2+2y^2}{xy}$ (ঘ) $\frac{x^2-y^2}{xy}$ উত্তর: ক

সমাধান: যোগফল থেকে প্রদত্ত সংখ্যার বিরোধফলই হবে

কাজিত উত্তর: $\frac{2y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{2y^2-x^2}{xy}$ (উত্তর)

০২. $x^2 + y^2 + z^2 = 2, xy + yz + zx = 1$ হলে, $(x + 2y)^2 + (y + 2z)^2 + (z + 2x)^2$ এর মান-- [৪৬তম বিসিএস]

- (ক) 12 (খ) 19
 (গ) 16 (ঘ) 14 উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রদত্ত রাশি
 $= (x + 2y)^2 + (y + 2z)^2 + (z + 2x)^2$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 + 4yz + 4z^2 + z^2 + 4zx + 4x^2$ [(a+b)² এর সূত্র বসিয়ে]
 $= 5(x^2 + y^2 + z^2) + 4(xy + yz + zx)$
 $= 5 \times 2 + 4 \times 1$ [মান বসিয়ে পাই]
 $= 10 + 4 = 14$ (উত্তর)

☐ (A+B)²-এর সূত্র প্রয়োগে মান নির্ণয়:

⇒ প্রয়োজনীয় সূত্র: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

০৩. $x^2 + y^2 = 8$ এবং $xy = 7$ হলে $(x + y)^2$ এর মান কত? [২০তম বিসিএস]

- (ক) 14 (খ) 16
 (গ) 22 (ঘ) 30 উত্তর: গ

সমাধান: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 বা, $(x + y)^2 = 8 + 2 \times 7 = 22$ (উত্তর)

০৪. $a+b = 7$ এবং $a^2+b^2 = 25$ হলে নিচের কোনটি ab -এর মান হবে? [১০০তম বিসিএস]

- (ক) 35 (খ) 12
 (গ) 9 (ঘ) 5 উত্তর: খ

সমাধান: দেখুন, দুটি সংখ্যার যোগফল 7 এবং তাদের বর্গের যোগফল 25। তাহলে সংখ্যা দুটির কোন একটি অবশ্যই 5 অথবা 6

হতে পারে না। কেননা 5 এবং 6 এর বর্গ 25 এর সমান বা তার থেকে বেশি। কিন্তু প্রশ্নানুযায়ী দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল 25 হতে হবে। তাহলে $4+3 = 7$ হতে পারে। কিন্তু দ্বিতীয় শর্তটিও পূরণ হচ্ছে কি না তা দেখে নিতে হবে। $4^2+3^2=16+9=25$ । তাই a এবং b এর মান হচ্ছে 4 ও 3। তাহলে ab এর মান হবে, $4 \times 3 = 12$ । উত্তর: 12

লিখিত সমাধান:

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

বা, $(7)^2 = 25 + 2ab$

বা, $2ab = 49 - 25$ বা, $ab = \frac{24}{2} \therefore ab = 12$ (উত্তর)

০৫. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান- [২৬তম বিসিএস]

- (ক) 6 (খ) 4
 (গ) 2 (ঘ) 1 উত্তর: ঘ

সমাধান: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = (\sqrt{3})^2 - 2$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$ (উত্তর)

লিখিত সমাধান:

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$\Rightarrow 25 = 7^2 - 2ab \Rightarrow 2ab = 49 - 25$

$\Rightarrow ab = 24 \div 2 \therefore ab = 12$

☐ (A-B)²-এর সূত্র প্রয়োগে মান নির্ণয়:

⇒ প্রয়োজনীয় সূত্র: $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

০৬. যদি $(x-y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয় তবে $x^2 + y^2 =$ কত? [২৭তম বিসিএস]

- (ক) 12 (খ) 14
 (গ) 16 (ঘ) 18 উত্তর: ঘ

সমাধান: $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

বা, $x^2 + y^2 = 14 + 2 \times 2 = 18$ (উত্তর)

☞ $2(A^2+B^2)$ -এর সূত্র প্রয়োগে মান নির্ণয়:

☞ প্রয়োজনীয় সূত্র: $2(p^2+q^2) = (p+q)^2 + (p-q)^2$

০৭. $p + q = 5$ এবং $p - q = 3$ হলে $p^2 + q^2$ এর মান কত? [৪৫তম বিসিএস]

- (ক) ৪ (খ) 17
(গ) 19 (ঘ) 34 উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি,

$$2(p^2+q^2) = (p+q)^2 + (p-q)^2$$

$$= 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\therefore 2(p^2+q^2) = 34 \Rightarrow p^2+q^2 = 17$$

শর্টকাট: $p + q = 5$ -----(i)

$p - q = 3$ -----(ii)

যোগ করে $2p = 8 \therefore p = 4$

আবার, বিয়োগ করে: $2q = 2 \therefore q = 1$

সুতরাং $p^2+q^2 = 4^2+1^2 = 16+1 = 17$ (Ans)

শর্টকাটে মুখে: $8+1 = 9$ হয় আবার $8-1 = 7$
সুতরাং $8^2+1^2 = 64+1 = 65$

০৮. $\frac{1}{2} \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} = ?$ [১৪তম বিসিএস]

- (ক) $a^2 + b^2$ (খ) a^2-b^2
(গ) $\frac{(a+b)^2}{2} - \frac{(a-b)^2}{2}$
(ঘ) $(a+b)^2 + (a-b)^2$ উত্তর: ক

সমাধান: $2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$

$\therefore (a^2+b^2) = \frac{1}{2} \{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$ (উত্তর)

০৯. $x + y = 8$, $x - y = 6$ হলে $x^2 + y^2$ -এর মান কত? [২৬তম বিসিএস]

- (ক) 50 (খ) 20
(গ) 9 (ঘ) 5 উত্তর: ক

সমাধান:

আমরা জানি, $2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$

বা, $2(a^2+b^2) = 8^2 + 6^2 = 100$

বা, $a^2+b^2 = \frac{100}{2} \therefore a^2+b^2 = 50$

☞ (A^2-B^2) -এর সূত্র প্রয়োগে মান নির্ণয়:

☞ প্রয়োজনীয় সূত্র: $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

১০. যদি $(x-5)(a+x) = x^2-25$ হলে a এর মান কত? [১০ম বিসিএস]

- (ক) -5 (খ) 5
(গ) 25 (ঘ) -25 উত্তর: খ

সমাধান: $(x-5)(a+x) = x^2-25$

বা, $(x-5)(a+x) = (x+5)(x-5)$

বা, $a+x = x+5$

$\therefore a = 5$ (উত্তর)

১১. $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} =$ কত? [১৬তম বিসিএস]

- (ক) $a + b + c$ (খ) $\frac{a+b-c}{a-b+c}$
(গ) $\frac{a-b+c}{a+b-c}$ (ঘ) $\frac{a+b-c}{a+b+c}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$

$$= \frac{a^2+b^2+2ab-c^2}{a^2-b^2+2ac+c^2} = \frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a+c-b)} = \frac{(a+b-c)}{(a+c-b)}$$
 (উত্তর)

☞ $4AB$ -এর সূত্র প্রয়োগে মান নির্ণয়:

☞ প্রয়োজনীয় সূত্র: $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$

১২. $x + y = 7$ এবং $xy = 10$ হলে $(x-y)^2$ এর মান কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) 3 (খ) 6
(গ) 9 (ঘ) 12 উত্তর: গ

সমাধান: $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = (7)^2 - 4 \times 10$
 $= 49 - 40 = 9$ (উত্তর)

১৩. $a + b = 5$ এবং $a - b = 3$ হলে ab এর মান কত? [১০ম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5 উত্তর: গ

সমাধান: $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$
 $= (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9$

$\Rightarrow 4ab = 16 \therefore ab = 4$

মুখে মুখে: $4+1 = 5$ এবং $4-1 = 3$

সুতরাং $ab = 4 \times 1 = 4$

১৪. $x + y = 12$, $x - y = 2$ হলে xy -এর মান কত? [২২তম বিসিএস]

- (ক) ২৭ (খ) ৭২
(গ) ৩৫ (ঘ) ৩০ উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 6^2 - 1^2 = 36 - 1 = 35$$

[শর্টকাট: $7+5 = 12$ এবং $7-5 = 2$ $\therefore 7 \times 5 = 35$
(যোগ ও বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ)]

অন্যান্য গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ:

- (i) $2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$
(ii) $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$
(iii) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + 2(ab+bc+ca)$

(A+B) বা (A-B) এর সাথে AB থাকলে:

এরকম প্রশ্নের ক্ষেত্রে গুণের বিষয়টি আগে ভাবতে হবে। কারণ অনেকভাবে দুটি সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ করে যোগফল বা বিয়োগফল আনা গেলেও গুণের রাশিটি নির্দিষ্ট কয়েক ভাবে গুণফল বের হয়।

১৫. $a + b = 2$, $ab = 1$ হয় তবে a এবং b এর মান বর্ধাক্রমে- [৩১তম বিসিএস]

- (ক) ০, ২ (খ) ১, ১
(গ) -১, ৩ (ঘ) -৩, -৪ উত্তর: খ

সমাধান: Back Solved Method এ সমীকরণে মান বসিয়ে সহজে সমাধান করা যায়-

প্রথম সমীকরণে, $1 + 1 = 2$;

দ্বিতীয় সমীকরণে, $1 \cdot 1 = 1$.

লিখিত সমাধান:

$$a + b = 2 \dots\dots (i)$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 = 4 \text{ [উভয় পক্ষ বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 + 4ab = 4$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 + 4 \times 1 = 4 \text{ [}\therefore ab = 1\text{]}$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 = 4 - 4$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 = 0$$

$$\text{বা, } a - b = 0$$

$$(i) + (ii) \text{ যোগ করে পাই,}$$

$$a + b + a - b = 2 + 0$$

$$\text{বা, } 2a = 2 \therefore a = 1$$

a এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$1 + b = 2$$

$$\text{বা, } b = 2 - 1 \therefore b = 1$$

১৬. $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, x -এর ধনাত্মক মানটি- [৩৫তম বিসিএস]

- (ক) ৩ (খ) ৪
(গ) ৫ (ঘ) ৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $x - y = 2$

$$\text{বা, } (x - y)^2 = 2^2 \text{ (উভয় পক্ষকে বর্গ করে)}$$

$$\text{বা, } (x - y)^2 = 4$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 - 4xy = 4$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 - 4 \times 24 = 4 \text{ (}\frac{1}{2}xy = 24\text{)}$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 - 96 = 4 \text{ বা, } (x + y)^2 = \frac{100}{4}$$

$$\therefore (x + y) = 10 \text{ (ধনাত্মক মান ধরে)}$$

$$\text{এখন, } x + y = 10$$

$$\text{এবং } x - y = 2$$

$$2x = 12 \text{ বা, } x = 6 \therefore x = 6 \text{ (উত্তর)}$$

(এভাবে করলে ৫ মিনিটেও উত্তর মিলবে না)

কিন্তু সূত্র ছাড়াই বুঝে বুঝে ৫ সেকেন্ডে অংকটি করতে এভাবে জানুন
 $x - y = 2$ অর্থ x -এর মান বড়।
আবার, $xy = 24$ অর্থাৎ x ও y গুণ করে ২৪ হবে এবং x থেকে y বিয়োগ করলে ২ হবে।
তাহলে, $8 \times 3 = 24$ হয়, কিন্তু $8 - 3 = 5$ হয় না।
আবার, $6 \times 4 = 24$ এবং $6 - 4 = 2$
(উভয় শর্তই মিলে যাওয়ায়)

১৭. $a + b = 2$ এবং $ab = 1$, হলে a ও b এর মান কত? [৩১তম বিসিএস]

- (ক) ০, ২ (খ) ১, ১
(গ) -১, ৩ (ঘ) -৩, ৪ উত্তর: খ

সমাধান: $a + b = 2$

$$\text{বা, } 1 + 1 = 2$$

$$\text{এবং } ab = 1$$

$$\text{বা, } 1 \times 1 = 1 \text{ সূত্রাং } (a, b) = (1, 1)$$

ভগ্নাংশ এর বর্গ আকারে থাকলে:

১৮. $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $(x^2 - \frac{3}{4})$ -এর মান [৩৭-তম বিসিএস]

- (ক) $5\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{5}$
(গ) $4\sqrt{5}$ (ঘ) $6\sqrt{5}$ উত্তর: খ

সমাধান:

$$\text{দেয়া আছে, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 3x \text{ বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3 \text{ বা, } x + \frac{1}{x} = 3$$

আবার, আমরা জানি

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 \text{ বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5} \text{ (মান বসিয়ে)}$$

Attention: একবার (+) এবং অন্যবার (-) এর মান বের করে তা বসিয়ে উত্তর বের হয়েছে।

১৯. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত? [১১তম বিসিএস]

বিসিএস

(ক) 8

(খ) 7

(গ) -7

(ঘ) ± 7

উত্তর: ঘ

সমাধান : 51 এর সাথে 2 যোগ করলে 53 হয় যাকে বর্গমূল করা যায় না, তাই 51 থেকে 2 বিয়োগ করে 49 বের করে তার বর্গমূল $= \frac{x}{20}$

২০. $a+b = 7$ ও $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত?

[৪১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{3}{25}$

(খ) $\frac{25}{144}$

(গ) $\frac{31}{144}$

(ঘ) $\frac{11}{49}$

উত্তর: খ

সমাধান:

দেয়া আছে, $a + b = 7$ এবং $ab = 12$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$$

$$= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{ab} = \left(\frac{7}{12}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= \frac{49}{144} - \frac{1}{6} = \frac{49-24}{144} = \frac{25}{144}$$

ঘন সম্পর্কিত:

⇒ প্রয়োজনীয় সূত্র

$$(i) (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(ii) (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$(iii) a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(iv) a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

২১. যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত? [১১তম বিসিএস]

(ক) 35

(খ) 45

(গ) 54

(ঘ) 55

উত্তর: গ

সমাধান: দেয়া আছে, $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ প্রদত্ত রাশি, $a^3 - b^3 = 513$

$$\Rightarrow (a - b)^3 + 3ab(a - b) = 513$$

$$\Rightarrow (3)^3 + 3ab \times 3 = 513$$

$$\Rightarrow 27 + 9ab = 513$$

$$\Rightarrow 9ab = 513 - 27$$

$$\Rightarrow ab = \frac{486}{9} \therefore ab = 54$$

২২. $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৪০তম বিসিএস]

বিসিএস

(ক) $5\sqrt{3}$

(খ) 52

(গ) $5\sqrt{2}$

(ঘ) $2\sqrt{5}$

উত্তর: খ

সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{(\sqrt{4} + \sqrt{3})(\sqrt{4} - \sqrt{3})}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{4 - 3} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2\sqrt{4}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{4})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{4}$$

$$= 8 \times 4\sqrt{4} - 6\sqrt{4}$$

$$= 32\sqrt{4} - 6\sqrt{4}$$

$$= 26\sqrt{4} = 26 \times 2 = 52 \text{ (উত্তর)}$$

দ্রষ্টব্য করার জন্য, সাধারণত $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ হলে
অর্থাৎ শুধু x এর মান পরপর দুটি সংখ্যার বর্গমূলের যোগফল
তাহলে $\frac{1}{x}$ এর মান ঐ বর্গসংখ্যা দুটির বিয়োগফল =
 $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ হয়

২৩. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত?

[৩৪তম বিসিএস]

(ক) ৪ (খ) ৯

(গ) ১৬ (ঘ) ২৫

উত্তর: ক

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$x + y = 2, x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$\text{বা, } 4 = (2)^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = 0$$

$$\text{এখন, } x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= (2)^3 - 3 \times 0 \times 2 = 8$$

২৪. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন

[৩৬তম বিসিএস]

(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$

(গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) ৪

উত্তর: খ

সমাধান:

টেকনিক: সাধারণত এরকম প্রশ্নগুলোতে $x = \sqrt{3} +$

$\sqrt{2}$ হলে $\frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ হয়। যোগ থাকলে বিয়োগ হয়।

দেয়া আছে $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \quad [\text{গব ও হরকে}]$$

একই রাশি দ্বারা গুণ করা হয়েছে।

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \quad [\text{সূত্রের প্রয়োগ}]$$

$$\therefore \frac{1}{x} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad [\text{নিচে ৩ থেকে ২ বিয়োগ করলে}]$$

১ থাকে তাই কিছু লেখা হয়নি।

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{পদত রাশি} = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$$

$$= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \quad (\text{উত্তর})$$

২৫. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৩৯তম

বিসিএস]

(ক) ১ (খ) ২

(গ) ৩ (ঘ) ৪

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (1)^3 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$$

২৬. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [২৪তম বিসিএস]

(ক) ২ (খ) ৪

(গ) ০ (ঘ) ৬

উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 0 \quad (\text{উত্তর})$$

২৭. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [৩০তম বিসিএস]

(ক) ৯ (খ) ১৪

(গ) ২৭ (ঘ) ৩৬

উত্তর: খ

সমাধান:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} =$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \quad [\text{সরাসরি ঘন এর মান}]$$

নির্ণয়ের সূত্র।

$$= 3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \quad (\text{উত্তর})$$

২৮. $x - \frac{1}{x} = 7$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [১২তম বিসিএস
(বিশেষ)]

- (ক) 264 (খ) 360
(গ) 364 (ঘ) 640

উত্তর: গ

সমাধান: $x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 7^3 + 3 \cdot 7 = 343 + 21 = 364$ (উত্তর)

২৯. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত? [৪১তম
বিসিএস]

- (ক) 4x (খ) 6x
(গ) 4 (ঘ) 8

উত্তর: খ

সমাধান:
 $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$
 $\Rightarrow x = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right) \dots\dots(i)$
 $\Rightarrow x^3 = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)^3$ [ঘন করে]
 $\Rightarrow x^3 = -\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right]$
 $\Rightarrow x^3 = -\left[2 + 4 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} (-x)\right]$ [(i) হতে]
 $\Rightarrow x^3 = -6 + 6x \therefore x^3 + 6 = 6x$ (উত্তর)

৩টি রাশির প্রশ্ন:

৩০. $a + b + c = 9$, $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ হলে $ab + bc + ca$ এর মান কত? [১৮তম বিসিএস]

- (ক) 24 (খ) 26
(গ) 32 (ঘ) 40

উত্তর: খ

সমাধান: সূত্র প্রয়োগ করে মানগুলো বসানোর পর হিসেব করলেই উত্তর বের হবে।

৩১. $a + b + c = 0$ হলে $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান কত? [১০ম বিসিএস]

- (ক) abc (খ) 3abc
(গ) 6abc (ঘ) 9abc

উত্তর: খ

সমাধান:

আমরা জানি, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 বা, $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$
 বা, $a^3 + b^3 + c^3 = 0 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

পূর্ণ বর্গ রাশি:

৩২. P-এর মান কত হলে $4x^2 - Px + 9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে? [১২তম বিসিএস]

- (ক) 10 (খ) 9
(গ) 16 (ঘ) 12

উত্তর: গ

সমাধান: পূর্ণবর্গ হবে যখন নির্ণায়ক $(-P)^2 - 4ac = 0$
 বা, $P^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$; বা, $P = \sqrt{144} = 12$ (উত্তর)

৩৩. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? [১২তম, ২৬তম ও ৩২তম বিসিএস]

- (ক) 4xy (খ) 3xy
(গ) xy (ঘ) 2xy

উত্তর: ঘ

সমাধান:
 $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ [এই অংকটিতে অতিরিক্ত রাশির সংখ্যা থাকায় তা $(a+b+c)^2$ এর সূত্রানুযায়ী হবে]
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy + 2 \cdot y \cdot (-4) + 2 \cdot (-4) \cdot x - 2xy$
 [সূত্র মেনানোর জন্য এভাবে সাজানো প্রয়োজন - 4 না নিয়ে +4 নিলে অন্য রাশিগুলো মিলবে না।]
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy - 8y - 8x - 2xy$
 $= (x + y - 4)^2 - 2xy$

সুতরাং পূর্ণ বর্গ করতে হলে $2xy$ যোগ করতে হবে।

বিভাজ্যতা:

৩৪. $x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে- [৩১তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 4
(গ) -6 (ঘ) -8

উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু অবশেষ/ভাগশেষ চেয়েছে তাই সাধারণ ভাগের নিয়মে ভাগ করতে হবে:

$\begin{array}{r} x - 2 \overline{) x^3 - x^2} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 2x^2 \\ \underline{ 2x^2 - 2x} \\ 2x \\ \underline{ 2x - 4} \\ 4 \end{array}$ <p>4 এখানে ভাগশেষ হলো 4</p>
--

Shortcut: মাত্র কয়েক সেকেন্ডে করার জন্য এভাবে জানুন।

এখানে ভাগ করতে হবে $x-2$ দিয়ে। অর্থাৎ $x-2$ যদি প্রদত্ত রাশিটির একটি উৎপাদক হয় তাহলে ভাগশেষ ০ আসার কথা। কিন্তু যদি উৎপাদক না হয় তাহলে যা ভাগশেষ আসবে তাই উত্তর।

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$f(2) = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4 \quad [x-2=0 \text{ থেকে } x = 2 \text{ হবে}]$$

৩৫. $(x+3)(x-3)$ কে x^2-6 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? [১১তম বিসিএস]

- (ক) -6 (খ) 3
(গ) 6 (ঘ) -3

উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } (x+3)(x-3) = x^2 - 9$$

$$x^2 - 6 \quad) \quad x^2 - 9(1$$

$$\underline{x^2 - 6}$$

$$-3 \quad \therefore \text{ ভাগশেষ} = -3$$

বিবিধ:

৩৬. $a - [a - \{a - (a - a - 1)\}] =$ কত? [৩৪তম বিসিএস]

- (ক) 1 (খ) -1
(গ) $a - 1$ (ঘ) $a + 1$

উত্তর: গ

সমাধান: (যেহেতু a আছে মোট ৫টি তাই কটাকাটি শেষে অবশ্যই একটি a অবশিষ্ট থাকবে) $= a - [a - \{a - (a - a + 1)\}] = a - [a - \{a - 1\}] = a - [a - a + 1] = a - 1$.

[Important point: $a-1$ এর উপরে দাগ থাকার কারণে এর কাজটি আগে করতে হবে এবং দাগযুক্ত সংখ্যার মাঝের চিহ্ন- থেকে $+এ$ পরিবর্তিত হয়েছে]

৩৭. $x - [x - \{x - (x + 1)\}]$ -এর মান কত? [১৭তম বিসিএস]

- (ক) $x + 1$ (খ) 1
(গ) -1 (ঘ) $x - 1$

উত্তর: গ

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & x - [x - \{x - (x + 1)\}] \\ & = x - \{x - (x - x - 1)\} \\ & = x - \{x - (-1)\} = x - (x + 1) \\ & = x - x - 1 = -1 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

৩৮. $a - \{a - (a + 1)\} =$ কত? [১১তম বিসিএস]

- (ক) $a - 1$ (খ) 1
(গ) a (ঘ) $a + 1$

উত্তর: ঘ

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & a - \{a - (a + 1)\} \\ & = a - (a - a - 1) \\ & = a + 1 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

৩৯. $[2 - 3(2 - 3)^{-2}]^{-2}$ এর মান কত? [১৩তম বিসিএস]

- (ক) ৫ (খ) -৫

- (গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $-\frac{2}{5}$ উত্তর: গ

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & [2 - 3(2 - 3)^{-2}]^{-2} \\ & = [2 - 3 \times \frac{1}{-2}]^{-2} = [2 + \frac{3}{2}]^{-2} \\ & = \frac{2}{5} \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

৪০. $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে, $a - (-b) - c(-c) - (-d)$ এর মান কত? [১৫তম বিসিএস]

- (ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 3

উত্তর: গ

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & a - (-b) - c(-c) - (-d) \\ & = 1 - \{-(-1)\} - 2(-2) - \{-(-2)\} \\ & = 1 - 1 + 4 - 2 = 5 - 3 = 2 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

৪১. $(2 + x) + 3 = 3(x + 2)$ হলে x এর মান কত? [১৫তম বিসিএস]

- (ক) $-\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$ উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } (2 + x) + 3 = 3(x + 2)$$

$$\text{বা, } 5 + x = 3x + 6 \text{ বা, } 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$$

৪২. যদি $x^3 + hx + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হয়, তবে h এর মান কত হবে? [১৩তম বিসিএস]

- (ক) 10 (খ) 9
(গ) -9 (ঘ) -2

উত্তর: গ

সমাধান: $x^3 + hx + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 এবং h এর মান বের করতে বলা হয়েছে।

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } x^3 + hx + 10 = 0$$

$$\text{বা, } 2^3 + 2h + 10 = 0$$

$$\text{বা, } h = \frac{-18}{2} \therefore h = -9 \text{ (উত্তর)}$$

৪৩. $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $(x^2 - \frac{1}{x^2})$ -এর মান [৩৭তম বিসিএস]

- (ক) $5\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{5}$
(গ) $4\sqrt{5}$ (ঘ) $6\sqrt{5}$ উত্তর: খ

সামাধান:

$$\text{দেয়া আছে, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 3x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2+1}{x} = 3 \text{ বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = 3$$

আবার, আমরা জানি

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5} \text{ (মান}$$

বসিয়ে গুণ করে দিবেই উত্তর)

☛ **Attention:** প্রশ্নটিতে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ -এর মান বের

করতে বলা হয়েছে যার সূত্র প্রয়োগ করলে

$\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$ হয়। তাই একবার (+) এবং অন্যবার

(-) এর মান বের করে তা বসিয়ে উত্তর বের করা হয়েছে।

88. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এর মান নির্ণয়

করুন। [৩০তম বিসিএস]

(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$

(গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8

উত্তর: খ

সমাধান:

দেয়া আছে $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \text{ [সুত্রের প্রয়োগ]}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ [নিচে 3 থেকে 2 বিয়োগ করলে 1}$$

থাকে তাই কিছু লেখা হয়নি]

◆ **Learning point:** $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ অথবা

এরকম কোন রাশি থাকলে $\frac{1}{x}$ মান অধিকারশে সময়

$\sqrt{3} - \sqrt{2}$ অর্থাৎ (+) চিহ্নটা (-) চিহ্ন হয়ে যায়।

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

Ans. $18\sqrt{3}$

89. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$ [৪০তম

বিসিএস]

ক. 3 (খ) 2

গ. 1 (ঘ) 0

উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\Rightarrow \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(\sqrt{3}\right)^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \quad \text{Ans:0}$$

৪৬. $x^3 - x^2$ কে $x-2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে- [১৩তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 4
(গ) -6 (ঘ) -8 উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, $(x-2)$ একটি সাধারণ গুণণীয়ক।

$$\therefore x-2 = 0 \text{ বা, } x = 2$$

$$\text{এখানে, } f(x) = x^3 - x^2$$

$$\therefore f(2) = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4 \quad (\text{উত্তর})$$

৪৭. নিচের কোনটি $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ এর সমান? [১০তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) $\frac{1}{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
(গ) $\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ উত্তর: ঘ

অনুশীলন করুন:

০১. $x+y = 12$ এবং $x-y = 8$ হলে, xy এর মান কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১(সেট-১১১১), প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১(সেট-২৪৭৩)]

- (ক) 20 (খ) 40
(গ) 60 (ঘ) 80 উত্তর: ক

০২. $a+b=9$, $a-b=7$ হলে ab কত? [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৩য় ধাপ) সেট: (৩৬৯৭)]

- (ক) 7 (খ) 6
(গ) 9 (ঘ) 8 উত্তর: ঘ

০৩. $a - b = 7$ এবং $ab = 60$ হলে $a^2 + b^2 =$ কত? [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (২৮১৫)]

- (ক) 170 (খ) 180
(গ) 168 (ঘ) 169 উত্তর: ঘ

০৪. $a + b = 5$ এবং $ab = 3$ হলে, $a^3 + b^3 =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কুলন বিভাগ) : ২০০১] [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কনসিডি): ২০০৭]

- (ক) 65 (খ) 70
(গ) 75 (ঘ) 80 উত্তর: ঘ

০৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা(মিসিসিপি)-২০১৩] + [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (১ম ধাপ) সেট: (৮৫৮৬)]

- (ক) 11 (খ) 12
(গ) 14 (ঘ) 16 উত্তর: ক

০৬. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (হালনাহেলা) : ২০১১; প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (২৮১৫)]

- (ক) 16 (খ) 9
(গ) 12 (ঘ) 14 উত্তর: ঘ

০৭. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে $a - \frac{1}{a}$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১(সেট-১১১১)] + [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১(সেট-১১১১)]

- (ক) 3 (খ) 0
(গ) 1 (ঘ) 2 উত্তর: খ

০৮. $a - \frac{1}{a} = 2$ হয়, তবে $a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 =$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা(সেফন) : ২০১৩]

- (ক) 36 (খ) 32
(গ) 34 (ঘ) 40 উত্তর: গ

০৯. $(a - 2b)^3$ এর মান কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা(বাইন)-২০১৩]

- (ক) $a^3 + 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$
(খ) $a^3 - 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$
(গ) $a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$
(ঘ) $a^3 - 8b^3 - 12a^2b - 6ab^2$ উত্তর: গ

১০. $z + \frac{1}{z} = 4$ হলে $z^3 + \frac{1}{z^3}$ এর মান হবে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (পত্র : ২০০৬; প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কলকাতা) : ২০১০; প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কলকাতা) : ২০১০; প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কলকাতা) : ২০১২; প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কলকাতা) : ২০১২]

- (ক) 42 (খ) 48
(গ) 52 (ঘ) 76 উত্তর: গ

১১. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$ এর মান কত? [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৮৪০০)]

- (ক) $18\sqrt{3}$ (খ) $18\sqrt{2}$
(গ) $24\sqrt{3}$ (ঘ) $16\sqrt{2}$ উত্তর: গ

১২. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3 + \frac{1}{x^3} =$

- 0 হবে? [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (০১২৪)]

- (ক) 1 (খ) 0
(গ) -2 (ঘ) 2 উত্তর: ক

১৩. $a + b + c = 9$, $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2 =$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা(বাইন)-২০১৩] + [প্রাথমিক সন. শি.দি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ ধাপ) সেট: (০১২৪)]

- (ক) 49 (খ) 39
(গ) 29 (ঘ) 19 উত্তর: ঘ

উৎপাদকে বিশ্লেষণ:

উৎপাদকের সাধারণ প্রশ্নসমূহ:

০১. $2x^2 + x - 15$ এর উৎপাদক কোনটি? [২৪তম বিসিএস]

(ক) $(x + 3)(2x - 5)$

(খ) $(x - 3)(2x - 5)$

(গ) $(x - 3)(2x + 5)$

(ঘ) $(x + 3)(2x + 5)$

উত্তর: ক

সমাধান: $2x^2 + x - 15$

$= 2x^2 + 6x - 5x - 15$

$= 2x(x + 3) - 5(x + 3)$

$= (x + 3)(2x - 5)$

০২. $a^4 + 4$ এর উৎপাদক কি কি? [১২তম বিসিএস]

(ক) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 + 2a - 2)$

(খ) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$

(গ) $(a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a - 2)$

(ঘ) $(a^2 - 2a - 2)(a^2 - 2a + 2)$

উত্তর: খ

সমাধান:

$a^4 + 4 = (a^2)^2 + 2^2 = (a^2 + 2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 2$

$= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2$

$= (a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$

০৩. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক- [১২তম ও ২৬তম বিসিএস]

(ক) $x + y + 1$ (খ) $x + y - 1$

(গ) $x - y$ (ঘ) $x - y - 1$

উত্তর: খ

সমাধান:

$x^2 - y^2 + 2y - 1 = x^2 - (y^2 - 2y + 1)$

$= x^2 - (y - 1)^2$

$= (x + y - 1)(x - y + 1)$

$\therefore x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক $(x + y - 1)$

এই অধ্যায়ের সাথে সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ:

$\Rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Middle Term এর উৎপাদক :

$ax^2 + bx + c$ আকারের রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের নিয়ম দেয়া হলো:

প্রথম ও শেষ রাশি গুণ করার পর প্রদত্ত রাশিটিকে এমনভাবে দুটি রাশিতে ভাগতে হবে যেন ঐ রাশি দুটি যোগ অথবা বিয়োগ করে মাঝখানের রাশিটির সমান হয়। এক্ষেত্রে শেষের রাশিটির আগে + থাকলে ঐ রাশি দুটি যোগ করতে হবে, এবং

শেষের রাশিটির আগে - চিহ্ন থাকলে রাশি দুটি বিয়োগ করে মাঝের রাশিটি আনতে হয়।

০৪. $2x^2 + x - 15$ এর উৎপাদক কোনটি? [১২তম ও ২৪তম বিসিএস]

(ক) $(x + 3)(2x - 5)$

(খ) $(x - 3)(2x - 5)$

(গ) $(x - 3)(2x + 5)$

(ঘ) $(x + 3)(2x + 5)$

উত্তর: ক

সমাধান: $2x^2 + x - 15 = 2x^2 + 6x - 5x - 15$

$= 2x(x + 3) - 5(x + 3) = (x + 3)(2x - 5)$

ফাংশনের মাধ্যমে উৎপাদক:

উৎপাদক = 0 ধরে, x এর মান বের করে তা সরাসরি উত্তরে বসাবেন।

x এর মান বসানোর পর যদি শূন্য (0) হয় তাহাই সঠিক উত্তর।

$f(a) = 0$ হলে x - a উহার একটি উৎপাদক।

$x - a = 0 \therefore x = a$

Key Point: মনে রাখতে হবে ভাগশেষ উৎপাদকের ক্ষেত্রে যে মানের জন্য উক্ত রাশিটির মান শূন্য হবে সেটি হবে উক্ত রাশির একটি উৎপাদক। যেমন, a = -1 বসালে যদি শূন্য হয় তবে (a + 1) হবে রাশিটির একটি উৎপাদক।

০৫. $3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$ রাশিটির একটি উৎপাদক - [৩০তম বিসিএস]

(ক) $x + 2$

(খ) $x - 2$

(গ) $x + 1$

(ঘ) $x - 1$

উত্তর: গ

সমাধান: $3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$ রাশিটিতে x = -1 বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়। সুতরাং, (x + 1) হবে রাশিটির একটি উৎপাদক।

$= 3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$

$= 3x^3 + 3x^2 - x^2 - x - 20x - 20$

$= 3x^2(x + 1) - x(x + 1) - 20(x + 1)$

$= (x + 1)(3x^2 - x - 20)$

সহজে সমাধান করার জন্য সম্পূর্ণ রাশিটিতে x = -1 বসিয়ে পরীক্ষা করে দেখলে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হবে। 0 হলেই বুঝতে হবে x+1 ঐ রাশিটির একটি উৎপাদক।

বীজগণিতের ল.সা.গু ও গ.সা.গু

০৬. $x^3 + x^2y$ এবং $x^2y + xy^2$ এর ল.সা.গু কোনটি? [০২তম বিসিএস]

- (ক) xy (খ) $x+y$
(গ) $xy(x+y)$ (ঘ) $x^2y(x+y)$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$1ম রাশি = x^3 + x^2y = x^2(x+y)$$

$$2য় রাশি = x^2y + xy^2 = xy(x+y)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = x^2y(x+y) \text{ (উত্তর)}$$

০৭. x^2y+xy^2 এবং $x^2 + xy$ রাশিদ্বয়ের ল.সা.গু এবং গ.সা.গু এর গুণফল কত? [৪৫তম বিসিএস]

- (ক) $x^2y^2(x+y)$ (খ) $xy(x^2+y^2)$
(গ) $x^2y(x+y)^2$ (ঘ) $xy^2(x^2+y)$ উত্তর: গ

সমাধান:

আমরা জানি, ল.সা.গু \times গ.সা.গু = রাশিদ্বয়ের গুণফল

$$\therefore \text{ল.সা.গু} \times \text{গ.সা.গু} = (x^2y+xy^2) \times (x^2 + xy) \\ = xy(x+y) \times x(x+y) = x^2y(x+y)^2 \text{ (Ans)}$$

০৮. $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ -এর সংখ্যা সহগের গ.সা.গু. নিচের কোনটি? [৪৪তম বিসিএস]

- (ক) a^2bc (খ) $2a^2bc$
(গ) $2a^3b^2c^2$ (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে প্রদত্ত রাশি দুটি $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগ দুটি = ৬ ও ৪ এর গ.সা.গু = ২

যেহেতু অপশনের মধ্যে শুধু ২ কোনটিতেই নেই তাই সঠিক উত্তর ঘ. কোনটিই নয়।

☞ Be Careful: $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর গ.সা.গু = $2a^2bc$ কিন্তু এখানে সংখ্যা সহগের গ.সা.গু বলায় উত্তর শুধু ২ হবে।

০৯. $x^2-11x+30$ এবং $x^3-4x^2-2x-15$ এর গ.সা.গু কত? [২৫তম বিসিএস]

- (ক) $x-5$ (খ) $x-6$
(গ) x^2+x+3 (ঘ) x^2-x+3 উত্তর: ক

$$\text{সমাধান: } x^2-11x+30$$

$$= x^2-6x-5x+30$$

$$= x(x-6)-5(x-6)$$

$$= (x-6)(x-5)$$

$$\text{আবার, } x^3-4x^2-2x-15$$

$$\therefore (x-5) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

$$= x^3-5x^2+x^2-5x+3x-15$$

$$= x^2(x-5)+x(x-5)+3(x-5)$$

$$= (x-5)(x^2+x+3)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু} = (x-5) \text{ (উত্তর)}$$

১০. $(4x^2-16)$ এবং $(6x^2+24x+24)$ এর গ.সা.গু.- [৫১তম বিসিএস]

- (ক) $x+2$ (খ) $x+4$
(গ) $x+2$ (ঘ) $2(x+2)$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$4x^2-16 = 4(x^2-4) = 2 \cdot 2(x+2)(x-2)$$

$$\text{আবার, } 6x^2+24x+24 = 6(x^2+4x+4) \\ = 2 \cdot 3(x+2)^2$$

$$\therefore \text{গ.সা.গু.} = 2(x+2)$$

অনুশীলন করুন:

০১. $x^2-1-y(y+2)$ এর উৎপাদক কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (তুলনা বিজ্ঞান) - ২০০৪]

- (ক) $(x-y-1)(x-y+1)$
(খ) $(x-y+1)(x+y+1)$
(গ) $(x+y+1)(x-y-1)$
(ঘ) $(x-y)(x+y+1)$ উত্তর: গ

০২. $m^2+8m+15$ এর উৎপাদক কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (মেথড) - ২০১২] + [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা(জলপা)-২০১০]

- (ক) $(m+5)(m-3)$
(খ) $(m-5)(m+3)$
(গ) $(m-5)(m-3)$
(ঘ) $(m+5)(m+3)$ উত্তর: ঘ

০৩. $2x^2-xy-6y^2$ এর উৎপাদক- [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (জিআ) - ২০১০]

- (ক) $(2x+3y)(x-2y)$
(খ) $(2x-3y)(x+2y)$
(গ) $(x+3y)(2x-2y)$
(ঘ) $(2x-3y)(2x+2y)$ উত্তর: ক

০৪. $a, a^2, a(a+b)$ এর লখিত সাধারণ গুণিতক কোনটি? [প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ দাপ) সেট: (২০১০)]

- (ক) $a^2(a+b)$ (খ) a
(গ) a^2 (ঘ) $a(a+b)$ উত্তর: ক

০৫. x^3-1, x^3+1, x^4+x^2+1 -এর ল.সা.গু কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.সি. পরীক্ষা-২০১০]

- (ক) (x^6-4) (খ) (x^6-1)
(গ) (x^3-2) (ঘ) (x^6-3) উত্তর: খ

সরল সহ-সমীকরণ

সরল সহ-সমীকরণ বা দ্বিমাত্র সমীকরণ হলো যেখানে দুটো অজানা রাশির মান নির্ণয় করতে হয়। এখানে অজানা রাশিদ্বয় ধরে সমীকরণ সাজিয়ে যে কোন একটির মান বের করার পর আরেকটির মান বের করতে হয়।

সাধারণ সমীকরণসমূহ :

০১. $\frac{3}{x} = \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x এর মান- [৩৫তম বিসিএস]

- (ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{3}{x} = \frac{4}{x+1} = 2$

বা, $\frac{3x+3+4x}{x(x+1)} = 2$

বা, $7x+3 = 2(x^2+x)$

বা, $2x^2+2x-7x-3=0$

বা, $2x^2-5x-3=0$

বা, $2x^2-6x+x-3=0$

বা, $2x(x-3)+1(x-3)=0$

বা, $(x-3)(2x+1)=0$

তাহলে $x=3$ অথবা, $x = \frac{-1}{2}$ [ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore x=3$

০২. যদি $x+5y=16$ এবং $x=3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? [১৮তম বিসিএস]

- (ক) -24 (খ) -2
(গ) 8 (ঘ) 2

উত্তর: ঘ

সমাধান: $x+5y=16$ বা, $3y+5y=16$ [$x=3y$ বসিয়ে।] বা, $8y=16 \therefore y=2$.

০৩. $(2+x)+3=3(x+2)$ হলে x এর মান কত? [১০তম বিসিএস]

- (ক) $-\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

উত্তর: ক

সমাধান: $(2+x)+3=3(x+2)$

$\Rightarrow 2+x+3=3x+6 \Rightarrow 2x=-1$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

দুটি রাশির আলাদা মান বের করা

০৪. $3x-y=3, 5x+y=21$ হলে, (x, y) এর মান— [৪৬তম বিসিএস]

- (ক) (2,5) (খ) (2,6)
(গ) (3,5) (ঘ) (3,6)

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: $3x-y=3$

$5x+y=21$

$8x = 24$

$\therefore x = \frac{24}{8} = 3$

x এর মান বসিয়ে পাই, $3 \times 3 - y = 3 \therefore y = 6$

শর্টকাট টেকনিক:

সবাসরি অপশনের মান যেকোন একটি সমীকরণে বসিয়ে যদি বামপক্ষ = ডানপক্ষ হয়, তাহলে সেটিই উত্তর।

প্রথম সমীকরণে,

$3 \times 3 - 6 = 3$

$3 = 3$ (বামপক্ষ = ডানপক্ষ)

০৫. $(x-y, 3) = (0, x+2y)$ হলে $(x, y) =$ কত? [০৫তম বিসিএস]

- (ক) (1, 1) (খ) (1, 3)
(গ) (-1, -1) (ঘ) (-3, 1)

উত্তর: ক

সমাধান: এভাবে সমাধান আসলে সমীকরণটি সাজিয়ে নিতে হয় এভাবে

$x-y=0 \dots\dots(i)$

$x+2y=3 \dots\dots(ii)$

$-3y=-3$ [বিয়োগ করে]

$\therefore y=1$

এখন y এর মান (i) নং এ বসাই

$x-1=0 \therefore x=1$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

শর্টকাট (অপশন টেস্ট)

অপশনের মানগুলো প্রশ্নের সমীকরণে বসিয়ে শুদ্ধ পরীক্ষা করলে বামপক্ষ = ডানপক্ষ হবে। যেমন: (1, 1) বসিয়ে পাই

$(1-1, 3) = (0, 1+2.1) = (0, 3) = (0, 3)$

০৬. $3x-7y+10=0$ এবং $y-2x-3=0$ এর সমাধান- [৩১তম বিসিএস]

- (ক) $x=1, y=-1$ (খ) $x=1, y=1$
(গ) $x=-1, y=-1$ (ঘ) $x=-1, y=1$

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$3x - 7y + 10 = 0 \text{ বা, } 3x - 7y = -10 \text{ -----(1)}$$

$$\text{আবার, } y - 2x - 3 = 0$$

$$-2x + y = 3 \text{ ----- (2)}$$

(2) নং সমীকরণকে 7 দ্বারা গুণ করে (1) নং সমীকরণের সাথে যোগ করে পাই,

$$3x - 7y = -10$$

$$-14x + 7y = 21$$

$$\hline -11x = 11 \quad \therefore x = -1$$

x এর মান (2) নং সমীকরণে বসালে পাই-

$$2 + y = 3$$

শর্টকাট (অপশন টেস্ট)

অপশনের মানগুলো প্রশ্নের সমীকরণ দুটিতে বসিয়ে
জঙ্কি পরীক্ষা করলে বামপক্ষ = ডানপক্ষ হলে সেটিই উত্তর।

সমীকরণ এর প্রয়োগ:

০৭. দুটি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432।

তবে বড় সংখ্যাটি কত? [১১তম বিসিএস]

(ক) 36 (খ) 37

(গ) 38 (ঘ) 40

উত্তর: ক

সমাধান: একটি সংখ্যা = x, অপর সংখ্যা = (48-x)

$$\text{প্রশ্নমতে, } x(48-x) = 432$$

$$\text{বা, } 48x - x^2 = 432$$

$$\text{বা, } x^2 - 48x - 432 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 12x - 36x - 432 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 12)(x - 36) = 0$$

$$\therefore x = 12, x = 36$$

০৮. যদি দুটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে 20 এবং 96 হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যস্তানুপাতিক

(reciprocals) যোগফল কত হবে? [১১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$

(গ) $\frac{13}{4}$ (ঘ) $\frac{5}{24}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি a, b.

$$\therefore a + b = 20 \text{ এবং } ab = 96$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{20}{96} = \frac{5}{24} \text{ (উত্তর)}$$

০৯. পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের চারগুণ। ৬ বছর পূর্বে

পিতার বয়স পুত্রের বর্তমান বয়স কত? [২০তম বিসিএস]

(ক) ৫৬ এবং ১৪ বছর (খ) ৩২ এবং ৭ বছর

(গ) ৩৬ এবং ৯ বছর (ঘ) ৪০ এবং ১০ বছর

উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স x বছর।

পিতার বর্তমান বয়স = 8x বছর।

$$\text{প্রশ্নমতে, } 10(x-6) = 8x-6$$

$$\text{বা, } 10x-60 = 8x-6$$

$$\text{বা, } 6x = 54 \text{ বা, } x = \frac{54}{6} \therefore x = 9$$

\therefore পুত্রের বর্তমান বয়স = $8 \times 9 = 72$ বছর।

১০. Rahim is 12 years old. He is three times older than Karim. What will be the age of Rahim when he is two times older than Karim? [২৮তম বিসিএস]

(ক) 15 years (খ) 16 years

(গ) 17 years (ঘ) 18 years

উত্তর: খ

সমাধান: রহিমের বয়স 12 বছর

$$\therefore \text{ করিমের বয়স } \frac{12}{3} = 4 \text{ বছর}$$

ধরি, x বছর পর রহিম করিমের চেয়ে দ্বিগুণ বড় হবে।

$$\text{সূত্রাং } 12 + x = 2(4 + x)$$

$$\text{বা, } 12 + x = 8 + 2x$$

$$\text{বা, } 2x - x = 12 - 8 \therefore x = 4$$

\therefore রহিমের বয়স হবে = $12 + 4 = 16$ বছর।

১১. এক ব্যক্তি তার জীবন চেয়ে ৫ বছরের বড়। তার জীবন বয়স ছিলে বয়সের ৪ গুণ। ৫ বছর পরে ছিলে বয়স ১২ হলে বর্তমান ঐ ব্যক্তির বয়স কত? [২৩তম বিসিএস]

(ক) ৬৫ বছর (খ) ২৮ বছর

(গ) ৩৩ বছর (ঘ) ৫৩ বছর

উত্তর: গ

সমাধান: বর্তমানে ছিলে বয়স $(12-5) = 7$ বছর।

\therefore বর্তমানে ঐ ব্যক্তির বয়স $[(7 \times 8) + 5] = 61$ বছর

১২. টিপুর বোনের বয়স টিপুর বয়সের ৩ ভাগ বাবার বয়সের মধ্যে সমানুপাতী। টিপুর বয়স ১২ বছর, বাবার বয়স ৪৮ বছর হলে বোনের বয়স কত? [২৪তম বিসিএস]

(ক) ১৬ বছর (খ) ২৪ বছর

(গ) ১৮ বছর (ঘ) ২০ বছর

উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ক = টিপুর বয়স = ১২

$$g = \text{টিপুর বাবার বয়স} = 48$$

$$x = \text{টিপুর বোনের বয়স} = ?$$

$$k : x = x : g \text{ হলে- } x^2 = kg$$

$$x = \sqrt{kg} = \sqrt{12 \times 48} = 24 \text{ (উত্তর)}$$

১৩. একটি ক্রিকেট দলে যতজন স্ট্রাইক আউট হলো তার দেড়গুণ কট আউট হলো এবং মোট উইকেটের অর্ধেক বোল্ড আউট হলো। এই দলের কতজন কট আউট হলো? [১১তম বিসিএস]

(ক) ৫ (খ) ৭

(গ) ৩ (ঘ) ৮

উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, স্ট্যাম্পআউট হলো 'ক' জন

$$\therefore \text{কট আউট হলো} = \frac{৩ক}{২}$$

$$\therefore \text{প্রশ্নানুসারে, ক} + \frac{৩ক}{২} + ৫ = ১০$$

(যেহেতু ক্রিকেটে মোট উইকেট = ১০ টি।)

$$\text{বা, } ৫ক = ১০$$

$$\therefore ক = ২$$

$$\therefore \text{কট আউট হলো} = \frac{৩ \times ২}{২} \text{ জন} = ৩ \text{ জন}$$

মুখে মুখে করতে চাইলে এভাবে ভাবুন: মোট উইকেট ১০টি, অর্ধেক = ৫টি, বাকী ৫টির মধ্যে একটি আরেকটির দেড়গুণ অর্থ হলো স্ট্যাম্প আউট ২ জন এবং কট আউট ৩জন।

১৪. ২০ ফুট দূরত্ব একটি বাঁশ এমনভাবে কেটে দু'ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশে বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ হয়, ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট? [৩৪তম বিসিএস]

$$(ক) ৫$$

$$(খ) ৭$$

$$(গ) ৮$$

$$(ঘ) ১০$$

উত্তর: গ

সমাধান: মনে করি, বড় অংশের দৈর্ঘ্য 'ক' ফুট

$$\text{এবং ছোট অংশের দৈর্ঘ্য} = \frac{২}{৩} = \frac{২ক}{৩} \text{ ফুট}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, ক} + \frac{২ক}{৩} = ২০$$

$$\text{বা, } \frac{৩ক + ক}{৩} = ২০ \text{ বা, } ৫ক = ৬০$$

$$\therefore ক = ১২$$

$$\therefore \text{ছোট অংশের দৈর্ঘ্য} = \frac{২ \times ১২}{৩} = ৮ \text{ ফুট। (উত্তর)}$$

১৫. এক ব্যক্তি ২৪০ টাকায় কতগুলো কলম কিনে দেখল যে যদি সে একটি কলম বেশি পেত তবে প্রত্যেকটি কলমের মূল্য গড়ে ১ টাকা করে কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল? [৩৪তম বিসিএস]

$$(ক) ১৩$$

$$(খ) ১৪$$

$$(গ) ১৫$$

$$(ঘ) ১৬$$

উত্তর: গ

সমাধান: এরকম ১ টাকা অথবা ২ টাকা কম বেশি থাকলে মোট যে টাকার পরিমাণ দেয়া থাকবে তাকে এমনভাবে ভাসতে হবে যাতে দুটো পাশাপাশি সংখ্যা আসে যার পার্থক্য ১। তাহলে এই প্রশ্নের সমাধান বুঝে বুঝে গিখা যায় $২৪০ = ১৫ \times ১৬$ অর্থাৎ প্রথমে প্রতিটি ১৫ টাকা দরে ১৬টি কলম কিনেছিল।

আবার যখন একটি কলম বেশি পেত তখন কলমের সংখ্যা ১৫টি থেকে ১৬টি হয়ে যেত। যেহেতু মোট টাকা আগের ২৪০-ই আছে। তাই এবার স্বাভাবিক ভাবেই প্রতিটি কলমের দাম পড়বে $২৪০ \div ১৬ = ১৫$ টাকা। কিন্তু উত্তর প্রথম অংশেই বের হয়ে গেছে। প্রথম অংশে ১৫টি কলম প্রতিটি ১৬টাকা দরে কিনেছিল। তাই উত্তর ১৫টি।

সাধারণ নিয়মে সমাধান:

$$\frac{২৪০}{x} - \frac{২৪০}{x+1} = 1$$

(প্রথমে প্রতিটি কলমের দাম এবং ১টি কলম বেশি পেলে নতুন দামের পার্থক্য ১ টাকা তাই বিয়োগফল = ১)
(বাকীটা সমীকরণের নিয়মে নিজে করুন)

১৬. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অঙ্ক দশকের অঙ্ক অপেক্ষা ৩ বেশি। সংখ্যাটি এর অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা ৪ বেশি। সংখ্যাটি কত? [১৪তম বিসিএস]

$$(ক) ২০$$

$$(খ) ২৫$$

$$(গ) ৩৬$$

$$(ঘ) ৫৮$$

উত্তর: খ

সমাধান: প্রশ্নের কথা অনুযায়ী $৫ - ২ = ৩$ এবং $২ + ৫$

$$= ৭ \times ৩ = ২১ + ৪ = ২৫।$$

লিখিত সমাধান:

ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x

$$\therefore \text{একক স্থানীয় অঙ্ক} = (x + 3)$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10x + (x + 3) = 11x + 3$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 11x + 3 = 3(x + x + 3) + 4$$

$$\text{বা, } 11x = 6x + 18 + 4 - 3$$

$$\text{বা, } 5x = 10$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 11 \times 2 + 3 = 25$$

১৭. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তত পরসর চেয়ে আরও 25 পরসর বেশি করে চাঁদা দেয়াতে মোট 75 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত? [৩৪তম বিসিএস]

$$(ক) ৬০$$

$$(খ) ৭০$$

$$(গ) ৭৫$$

$$(ঘ) ৭৮$$

উত্তর: গ

সমাধান: মনে করি, ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা x জন

প্রশ্নমতে,

$$x(x + 25) = 75 \times 100 \quad [75 \text{ টাকা} = 7500 \text{ পরসর}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 25x - 7500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 100x - 75x - 7500 = 0 \quad \text{বা, } x(x + 100) - 75(x + 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 75)(x + 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 75)(x + 100) = 0$$

$$\text{বা, } x - 75 = 0 \quad \text{অথবা } x + 100 = 0$$

∴ $x = 75$ $x = -100$ [(-) গ্রহণযোগ্য মান নয়।
∴ ঐ শ্রেণিতে ৭৫ জন ছাত্র-ছাত্রী আছে।

শর্টকাট সমাধান:

অপশন ধরে করলে কিভাবে মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ড উত্তর বণা সম্ভব দেখে নিন।

প্রশ্নে দেখুন, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যার থেকে ২৫ পরমা বেশি করে চাঁদা দেয়াতে মোট ৭৫ টাকা উঠার অর্থ হচ্ছে টাকাটি তারা পূর্ণ সংখ্যায় দিয়েছিল। তাহলে শুধু মাত্র ৭৫ জনের সাথে অতিরিক্ত ২৫ পরমা যোগ করলে প্রতিজন ১০০ পরমা বা ১ টাকা করে দেয়াতে মোট ৭৫ টাকা উঠেছিল।

১৮. শিকা সফরে যাওয়ার জন্য ২৪০০ টাকায় বাস ভাড়া করা হলো এবং প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক হলো। অতিরিক্ত ১০ জন ছাত্র/ছাত্রী যাওয়ার প্রতি জনের ভাড়া ৮ টাকা কমে গেলে, বাসে কতজন ছাত্র/ছাত্রী গিয়েছিল? [২৭তম বিসিএস]

(ক) ৪০ (খ) ৪৮
(গ) ৫০ (ঘ) ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, প্রথমে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ছিল = x

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x}$$

১০ জন বেশি হওয়ায় ছাত্র গিয়েছিল = $x+10$

$$\therefore \text{নতুন মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x+10}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{2400}{x} - \frac{2400}{x+10} = 8 \text{ (যেহেতু দুই ভাড়ার পার্থক্য ৮ টাকা, এবং বর্তমান ভাড়া আগের থেকে কম)}$$

এখন সমাধান করলে উত্তর আসবে, $x = ৬০$ জন।

১৯. এক ব্যক্তি ব্যাংকে ৫১০ টাকার চেক দিয়ে ২০ টাকার এবং ৫০ টাকার নোট প্রদানের জন্য অনুরোধ করলেন। কত প্রকারে তার অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব? [৪২তম বিসিএস]

(ক) ৩ প্রকারে (খ) ৪ প্রকারে
(গ) ৬ প্রকারে (ঘ) ৫ প্রকারে উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু মোট টাকার পরিমাণ ৫১০ টাকা। তাই প্রতিবার ৫০ টাকার নোট বিজোড় সংখ্যক নিতে হবে তাহলে $৫১০-৫০ = ৪৬০$ বা $৫১০-১৫০ = ৩৬০$ সংখ্যাগুলো ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে। কিন্তু $৫১০-১০০ = ৪১০$ এভাবে জোড় সংখ্যক নিলে ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে না। সুতরাং

$(৫০ \times ১) + ২০ \times ২৩ = ৫১০$
$(৫০ \times ৩) + ২০ \times ১৮ = ৫১০$
$(৫০ \times ৫) + ২০ \times ১৩ = ৫১০$
$(৫০ \times ৭) + ২০ \times ৮ = ৫১০$

$(৫০ \times ৯) + ২০ \times ৩ = ৫১০$
সর্বমোট পাঁচ ভাবে অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব।

অনুশীলন করুন:

০১. যদি $x + 3y = 40$ এবং $y = 3x$ হয়, তবে $y = ?$ [প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.দি.পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৭১৪২)]

(ক) 12 (খ) 18
(গ) 22 (ঘ) 10 উত্তর: ক

০২. $a = 8, b = 6, x = \frac{1}{2}$ এবং $y = 4$ হলে $ax + 2b -$

$2xy$ -এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কনোত্রাক) : ২০১০]

(ক) 12 (খ) 9
(গ) 7 (ঘ) 6 উত্তর: ক

০৩. $a = 15$ এবং $b = 5$ হলে $\frac{(a-b)^2}{a-b} =$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বগুড়া) : ২০১০]

(ক) 30 (খ) 10
(গ) 15 (ঘ) 20 উত্তর: ঘ

০৪. $2x + y = 7$ এবং $3x + y = 10$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে-

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বগুড়া) : ২০১০]

(ক) 2, 3 (খ) 3, 1
(গ) 4, -1 (ঘ) 5, -3 উত্তর: খ

০৫. একটি কলম ও বইয়ের মূল্য একত্রে ৯৫ টাকা। কলমটির মূল্য ১৫ টাকা বেশি ও বইটির মূল্য ১৪ টাকা কম হলে বইটির মূল্যের দ্বিগুণ হতো। বইটির মূল্য কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.দি.পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৩৩৭৪) + [প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.দি.পরীক্ষা-২০১৮ (সেট-৮১১১)]

(ক) ৪০ টাকা (খ) ৪৯ টাকা
(গ) ৪৬ টাকা (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: গ

০৬. কাজের দিন ২ টাকা ও অনুপস্থিতির দিন ৫০ পরমা জরিমানার শর্তে এক ব্যক্তি সেপ্টেম্বর মাসে ৪০ টাকা পেলে। ব্যক্তিটি কাজে কতদিন উপস্থিত ছিল? [প্রাথমিক সহ.শি.দি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৪১২৪)]

(ক) ২০ (খ) ২২
(গ) ২৪ (ঘ) ১৯ উত্তর: খ

০৭. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি পূর্বাপেক্ষা ৬৩ বৃদ্ধি পায়। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (দ্বিতীয় পর্যায়) : ২০২২]

(ক) ৫ (খ) ৬
(গ) ৭ (ঘ) ৪ উত্তর: গ

দ্বিঘাত সমীকরণ

মনে করি, $ax^2+bx+c=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ, যেখানে $a \neq 0$ এবং a, b, c এর প্রত্যেকে বাস্তব ও মূলদ সংখ্যা। আমরা

দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করলে পাই, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এখন $b^2 - 4ac$ কে দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক বলে।

কারণ ইহা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

০১. $x^2 + px + 6 = 0$ এর মূল দুটি সমান এবং $p > 0$, তবে p এর মান কত? (১৭তম বিসিএস)

(ক) $\sqrt{48}$ (খ) 0 (গ) $\sqrt{6}$ (ঘ) $\sqrt{24}$ উত্তর: খ

সমাধান: $x^2 + px + 6 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

মূল দুটি সমান হলে $b^2 - 4ac = 0$ হয়।

বা, $b^2 = 4ac$ বা, $p^2 = 4 \cdot 1 \cdot 6 \therefore p = \sqrt{24}$

নিম্নোক্ত সম্পর্কগুলো জেনে রাখুন:

⇒ যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয়, তবে মূল দুইটি - $\frac{b}{2a}$ এবং - $\frac{b}{2a}$ । অতএব মূল দুইটি পরস্পর সমান, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ হবে।

⇒ $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক অর্থাৎ $b^2 - 4ac > 0$ হলে, $\sqrt{b^2 - 4ac}$ বাস্তব সংখ্যা হবে। সুতরাং, এক্ষেত্রে মূল দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং অসমান হবে।

⇒ $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ হলে, মূল দুইটি বাস্তব সংখ্যা, মূলদ এবং অসমান হবে। যদি $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ না হয়, তবে মূল দুইটি বাস্তব সংখ্যা, অমূলদ ও অসমান হবে।

যদি $b^2 - 4ac$ ঋণাত্মক অর্থাৎ, $b^2 - 4ac < 0$ হয়, তবে মূল দুইটির উভয়ে জটিল সংখ্যা হবে।

০২. $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি? (৪০তম বিসিএস)

(ক) বাস্তব ও সমান (খ) বাস্তব ও অসমান
(গ) অবাস্তব (ঘ) পূর্ণবর্গ সংখ্যা উত্তর: খ

সমাধান: $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই

$a = 6, b = -7$ এবং $c = -4$

$\therefore b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 6 \times (-4) = 49 + 96 = 145 > 0$

যেহেতু $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক অর্থাৎ $b^2 - 4ac > 0$ হলে, $\sqrt{b^2 - 4ac}$ বাস্তব সংখ্যা হবে। সুতরাং, এক্ষেত্রে মূল দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং অসমান হবে।

০৩. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে x এর মান কত? (৫০তম বিসিএস)

ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4 উত্তর: গ

সমাধান: সাধারণ নিয়মে:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{3(x+1) + 4x}{x(x+1)} = 2$$

◆ শর্টকাট : (খ) এবং (ঘ) প্রথমেই বাদ দেয়া যায়, এ জন্য যে $x=2$ অথবা 4 ধরলে প্রথম অংশে 3 কে ভাগ করা যায় না। তাই শুধু (ক) এবং (গ) নং অপশন ধরে ভাবুন

ক. অনুযায়ী $x=1$ হলে $\frac{3}{1} + \frac{4}{1+1} = 3 + \frac{4}{2} = 3 + 2 = 5$ কিন্তু প্রশ্নে 2 আছে তাই এটা বাদ।

গ. অনুযায়ী $x=3$ হলে $\frac{3}{3} + \frac{4}{3+1} = 1 + \frac{4}{4} = 1 + 1 = 2$ মিলে গেছে তাই, $x=3$ ।

(যখন ভাববেন তখন সবকিছুই লিখতে হবে না, এমনিতেই মাথা কাজ করবে)

বা, $\frac{3x+3+4x}{x^2+x}=2$ বা, $2x^2+2x=7x+3$ বা, $2x^2+2x-7x-3=0$

বা, $2x^2-5x-3=0$ বা, $2x^2-6x+x-3=0$ বা, $2x(x-3)+1(x-3)=0$ বা, $(x-3)(2x+1)=0$

হয় $x-3=0 \therefore x=3$ অথবা, $2x+1=0$ অথবা, $2x=-1$ $x=-\frac{1}{2}$ অপশন অনুযায়ী উত্তর: গ

০৪. $(x+5)^2 = x^2 + bx + c$ সমীকরণে b ও c এর মান কত হলে সমীকরণটি অভেদ হবে? [৪০তম বিসিএস]

(ক) 3, 10 (খ) 10, 15 (গ) 15, 25 (ঘ) 10, 25 উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে দেয়া আছে, $(x+5)^2 = x^2 + bx + c$

$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + bx + c \Rightarrow x^2 + 10x + 25 = x^2 + bx + c$

এখন, উভয় রাশি তুলনা করে পাই, x এর সহগ $b = 10$ এবং $c = 25$ সুতরাং উত্তর: 10, 25

০৫. i^{-49} এর মান কত? [৪৪তম বিসিএস]

ক. -1 (খ) i (গ) 1 (ঘ) $-i$ উত্তর: ঘ

বিস্তারিত সমাধান:

$$i^{-49} = \frac{1}{i^{49}} = \frac{1}{i^{48} \cdot i^1} = \frac{1}{(i^2)^{24} \cdot i} = \frac{1}{(-1)^{24} \cdot i} = \frac{1}{1 \cdot i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i \quad [\text{যেহেতু } i^2 = -1]$$

বিকল্প সমাধান:

$$i^{-49} = i^{-50} \times i^1 = (i^2)^{-25} \times i = (-1)^{-25} \times i = -1 \times i = -i \quad [i^2 \text{ এর মান } = -1] \quad [\text{পাওয়ারে } (-) \text{ বা } (+) \text{ থাকলে নিয়ম একই}]$$

০৬. $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} =$ কত? [৪১তম বিসিএস]

(ক) 4 (খ) $4i$ (গ) -4 (ঘ) $-4i$ উত্তর: গ

সমাধান:

$$\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = \sqrt{-1 \times 8} \times \sqrt{-1 \times 2} = \sqrt{i^2 \times 4 \times 2} \times \sqrt{i^2 \times 2}$$

[এখানে i^2 একটি কাল্পনিক সংখ্যা এবং $i^2 = -1$]

$$= i \times 2\sqrt{2} \times i \times \sqrt{2} = i^2 \times 2(\sqrt{2})^2 \quad [\text{যেহেতু } i^2 = -1]$$

$$= (-1) \times 2 \times 2 = -4 \quad (\text{উত্তর: } -4)$$

সুতরাং যেভাবে সমাধান করলে ভুল হতে পারে :

$$\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = (-8)^{\frac{1}{2}} \times (-2)^{\frac{1}{2}} = \{(-8) \times (-2)\}^{\frac{1}{2}} = \{16\}^{\frac{1}{2}} = \{4^2\}^{\frac{1}{2}} = 4^{2 \times \frac{1}{2}} = 4$$

এভাবে করলে সমন্বয় কোথায়: সমন্বয় হল সূত্রের শর্তের মধ্যে: সূত্রে বলা আছে $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ যখন $x \geq 0$ কিন্তু এ প্রক্ষেপে $x < 0$ । কারণ (-8) বা (-2) দুটোই ঋণাত্মক সংখ্যা। এজন্য এভাবে করা যাবে না।

সরল ও দ্বিপদী অসমতা

যদি দুটি বিধয় বা সংখ্যা সমান সমান না হয়ে অসমান হয় তাহলে তাকে অসমতা বলে।

অসমতার নিয়মাবলী:

(ক) অসমতার উভয় পাশে একই সংখ্যা যোগ বিয়োগ, গুণ ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয় না। $10 > 6$ হলে $10+2 > 6+2 \Rightarrow 12 > 8$

(খ) অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের রাশিকে ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়। যেমন: $10 > 6$ এখানে, $10 \times (-2)$ এবং $6 \times (-2) = -20 < -12$ হয়

(গ) অসমতার দুপাশের সংখ্যাকে বিপরীতকরণ করলে অর্থাৎ লবকে হর এবং হরকে লব বানালে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়ে যায়। যেমন: $3 > 2$ কিন্তু $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

সাধারণ প্রশ্নসমূহ:

০১. $x^2 > 8$, $x^3 < 30$ হলে x এর সঠিক মান কোনটি? [৩২তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: এ ধরনের অংক বুঝতে পারাটাই আসল। এখানে ভেঙ্গে ভেঙ্গে এভাবে ভাবুন: $x^2 > 8$, যার অর্থ একটি সংখ্যার বর্গ ৮ এর থেকে বড়। আবার $x^3 < 30$ এর অর্থ ঐ একই সংখ্যাটির ঘন ৩০ এর থেকে ছোট এখন প্রশ্নের অপশনগুলো নিয়ে সমাধান করার চেষ্টা করুন:

$$2^2 = 4 < 8; \text{ এবং } 2^3 = 27 < 30 \text{ (ভুল)}$$

$$3^2 = 9 > 8 \text{ এবং } 3^3 = 27 < 30 \text{ (সঠিক)}$$

$$4^2 = 16 > 8; \text{ এবং } 4^3 = 64 > 30 \text{ (ভুল)}$$

∴ সঠিক উত্তর: 3

০২. $x > y$ এবং $z < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? $xz < yz$ [৩০তম বিসিএস]

- (ক) $xz > yz$ (খ) $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$

- (গ) $\frac{z}{x} > \frac{z}{y}$ (ঘ) $xz < yz$ উত্তর: ঘ

সমাধান: দেওয়া আছে, $z < 0$ অর্থাৎ z একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। আমরা জানি, কোনো অসমতার উভয় পক্ষকে কোনো ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্ন পাল্টে যায় (অর্থাৎ ' $>$ ' চিহ্ন পরিবর্তিত হয়ে ' $<$ ' চিহ্ন এবং ' $<$ ' চিহ্ন পরিবর্তিত হয়ে ' $>$ ' চিহ্ন হয়)। দেয়া

আছে, $x > y$ ∴ $xz < yz$ [উভয়পক্ষকে z দ্বারা গুণ করে]

০৩. সমাধান করুন: $|x-3| < 5$ হলে- [৩০তম বিসিএস]

- (ক) $2 < x < 8$ (খ) $-2 < x < 8$
(গ) $-8 < x < -2$ (ঘ) $-4 < x < -2$ উত্তর: খ

[এ ধরনের প্রশ্নই বেশি আসে। তাই এই প্রশ্নটি ভালোভাবে বোঝার চেষ্টা করুন]

সমাধান: $|x-3| < 5$ [$|$] পরম মান চিহ্নের ভেতরের রাশিটি ধনাত্মক হতে পারে, আবার ঋণাত্মক ও হতে পারে।

$|x-3|$ ধনাত্মক হলে,

$$\Rightarrow x-3 < 5 \text{ (প্রশ্নে যা আছে তাই লিখতে হবে)}$$

বা, $x < 5+3$ [সমীকরণের মত এক পাশের রাশি আরেক পাশে গেলে চিহ্ন বদলে যায়]

∴ $x < 8$ ----- <<<< এই মানটি সম্পূর্ণ উত্তরের অর্ধেক।

আবার $|x-3|$ ঋণাত্মক হলে, $-|x-3| < 5$ [পরম মানের বাহিরে (-) লিখতে হয়।]

$$\Rightarrow x-3 > -5 \text{ [উভয় পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow x > -5+3 \quad \therefore x > -2$$

নির্ণয় সমাধান: $-2 < x < 8$ অথবা $8 > x > -2$

Shortcut: (পরীক্ষার হলে এভাবেই করবেন)

$|x-3| < 5$ বা, $-5 < x-3 < 5$ (পরমমান কে ভেঙ্গে একপাশে +5 আরেকপাশে -5 লেখা হল)

$$\text{বা, } -5+3 < x-3+3 < 5+3$$

($x-3$ এর সাথে থাকা -3 কে বাদ দেয়ার জন্য সবার সাথে +3 যোগ করা হল।)

$$\text{বা, } -2 < x < 8$$

০৪. বাস্তব সংখ্যায় $|3x+2| < 7$ অসমতার সমাধান: [৪৪তম বিসিএস]

(ক) $-3 < x < 3$ (খ) $-\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$

(গ) $-3 < x < \frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{3} < x < -\frac{5}{3}$ উত্তর: গ

সমাধান: $|3x+2| < 7$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -7 < (3x+2) < 7 \\ \Rightarrow -7-2 < 3x+2-2 < 7-2 \\ \Rightarrow -9 < 3x < 5 \therefore -3 < x < \frac{5}{3} \end{aligned}$$

০৫. বাস্তব সংখ্যায় $|2x-3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান-

[০৮তম বিসিএস]

- (ক) $1 < x < 2$
 (খ) $1 \leq x \leq 1$ অথবা $x \geq 2$
 (গ) $1 \leq x \leq 2$
 (ঘ) $-1 < x < 12$

উত্তর: গ

সমাধান:

$$|2x-3| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2x-3 \leq 1$$

[অসমতার চিহ্ন ঠিক রেখে একপাশে ধনাত্মক এবং অন্যপাশে ঋণাত্মক সংখ্যা নিতে হয়।]

$$\Rightarrow -1+3 \leq 2x-3+3 \leq 1+3 \text{ [মাবাখালো শুধু } x \text{ রাখার জন্য } x \text{ এর সাথে অন্য যা কিছু আছে তা বাদ দিতে হবে]}$$

$$\Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \text{ Ans:}$$

বিকল্প নিয়ম:

$$|2x-3| \text{ ধনাত্মক হলে } 2x-3 \leq 1$$

$$\Rightarrow 2x \leq 1+3$$

$$\Rightarrow 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow x \leq 2$$

$$\text{আবার, } |2x-3| \text{ ঋণাত্মক হলে -}$$

$$(2x-3) \leq 1 \Rightarrow 2x-3 \geq -1$$

$$\Rightarrow 2x \geq -1+3 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$$

$$\text{সুতরাং অসমতাটির সমাধান } = 1 \leq x \leq 2$$

০৬. $|1-2x| < 1$ এর সমাধান- [০৯তম বিসিএস]

(ক) $-2 < x < 1$ (খ) $-1 < x < 0$

(গ) $0 < x < 1$ (ঘ) $-1 < x < 1$

উত্তর: গ

সমাধান: $|1-2x| < 1$ ঋণাত্মক হলে,

$$1-2x < 1$$

$$\Rightarrow -2x < 0$$

$$\Rightarrow 2x > 0 \therefore x > 0$$

$$|1-2x| < 1 \text{ ঋণাত্মক হলে,}$$

$$-(1-2x) < 1$$

$$\Rightarrow 1-2x > -1$$

$$\Rightarrow -2x > -1-1$$

$$\Rightarrow -2x > -2 \Rightarrow 2x < 2 \therefore x < 1$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান: } 0 < x < 1 \text{ (উত্তর)}$$

০৭. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য m

$< 3x+5 < n$ হবে? [৪১তম বিসিএস]

(ক) $m=1, n=10$ (খ) $m=2, n=20$

(গ) $m=3, n=30$ (ঘ) $m=4, n=40$ উ: (খ)

সমাধান: $|x-2| < 3$

$$\Rightarrow -3 < x-2 < 3$$

$$\Rightarrow -3+2 < x-2+2 < 3+2$$

$$\Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\Rightarrow -3 < 3x < 15 \text{ [৩ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow -3+5 < 3x+5 < 15+5$$

$$\Rightarrow 2 < 3x+5 < 20$$

$$\therefore m=2, n=20 \text{ উত্তর: } m=2, n=20$$

০৮. $x^2-3x-10 > 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? [৪২তম বিসিএস]

(ক) $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

(খ) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$

(গ) $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$

(ঘ) $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$

উত্তর: খ

সমাধান: $x^2-3x-10 > 0$

$$\Rightarrow x^2-3x+2x-10 > 0$$

$$\Rightarrow x(x-5)+2(x-5) > 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) > 0$$

দুটি রাশির গুণফল ধনাত্মক হলে রাশি দুটিকে অবশ্যই ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক হতে হবে। প্রথম ক্ষেত্রে, দুটোই ধনাত্মক হলে,

$$x-5 > 0 \text{ এবং } x+2 > 0$$

$$x > 5 \text{ এবং } x > -2$$

$$\Rightarrow x > 5 \text{ [কমন অংশ নিয়ে]}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$x-5 < 0 \text{ এবং } x+2 < 0$$

$$x < 0 \text{ এবং } x < -2$$

$$\Rightarrow x < -2 \text{ [কমন অংশ নিয়ে]}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান: } x > 5 \text{ অথবা, } x < -2$$

$$\therefore \text{সমাধান: } (-\infty, -2) \cup (5, +\infty) \text{ (উত্তর)}$$

০৯. $2x^2+5x+3 < 0$ এর সমাধান কোনটি? [০৯তম বিসিএস]

(ক) $-\frac{3}{2} < x < -1$ (খ) $-\frac{3}{2} < x < 1$

(গ) $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ (ঘ) $\frac{3}{2} < x \leq 1$ উত্তর: ক

সমাধান: $2x^2+5x+3 < 0$

$$\Rightarrow 2x^2+3x+2x+3 < 0$$

$$\Rightarrow 2x(x+3) + 2(x+3) < 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(2x+3) < 0$$

(x+1) ও (2x+1) এর যেকোন একটির মান ঋণাত্মক হলে অসমতাটি সত্য হবে

যখন	(x+1) এর চিহ্ন	(2x+3) এর চিহ্ন	(x+1) (2x+3) এর চিহ্ন
$x < -\frac{3}{2}$	-	-	+
$-\frac{3}{2} < x < -1$	-	+	-
$x > -1$	+	+	+

∴ নির্ণেয় অসমতা : $-\frac{3}{2} < x < -1$ (উত্তর)

১০. $x^2 - 5x + 6 < 0$ হলে- (৩৬তম বিসিএস)

(ক) $2 < x < 3$ (খ) $-3 < x < -2$

(গ) $x < 2$ (ঘ) $x < 3$ উত্তর: ক

সমাধান: $x^2 - 5x + 6 < 0$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$$

(x-3) ও (x-2) এর যে কোনো একটির মান ঋণাত্মক হলে অসমতাটি সত্য হবে-

যখন	(x-3) এর চিহ্ন	(x-2) এর চিহ্ন	(x-3) (x-2) এর চিহ্ন
$x < 2$	-	-	+
$\frac{2}{3} < x < 3$	-	+	-
$x > 3$	+	+	+

∴ নির্ণেয় অসমতা : $2 < x < 3$.

১১. $x^2 - 7x + 12 \leq 0$ এর সমাধান সেট---- (৪৬তম বিসিএস)

(ক) $(-\infty, 3]$ (খ) $(3, 4)$

(গ) $[3, 4]$ (ঘ) $[4, \infty)$ উত্তর: গ

সমাধান: $x^2 - 7x + 12 \leq 0$

বা, $x^2 - 4x - 3x + 12 \leq 0$

বা, $x(x-4) - 3(x-4) \leq 0$

$$\therefore (x-4)(x-3) \leq 0$$

$$x \leq 4 \text{ এবং } x \leq 3$$

নির্ণেয় সমাধান সেট = $[3, 4]$

≤ থাকায় বন্ধ সেট হবে।

১২. $3x - 2 > 2x - 1$ এর সমাধান সেট কোনটি? (৪০তম বিসিএস)

(ক) $[1, \infty)$ (খ) $(1, \infty)$

(গ) $[\frac{1}{2}, \infty)$ (ঘ) $[-1, \infty)$ উত্তর: খ

সমাধান: $3x - 2 > 2x - 1$

বা, $3x - 2x > 2 - 1 \therefore x > 1$

∴ নির্ণেয় সমাধান সেট : $(1, \infty)$

১৩. বাস্তব সংখ্যার $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান- (৪০তম বিসিএস)

(ক) $-\infty < x < \frac{5}{3}$

(খ) $\frac{8}{3} < x < \infty$

(গ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$

(ঘ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3x-5} - \frac{1}{3} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3-3x+5}{3 \times (3x-5)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-(3x-8)}{3x-5} < 0 \text{ [৩ দিয়ে গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow \frac{(3x-8)}{3x-5} > 0 \text{ [-১ দিয়ে গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-\frac{8}{3})}{3} > 0 \dots\dots(i)$$

$$\Rightarrow \frac{(x-\frac{5}{3})}{3}$$

(i) নং সত্য হবে যদি $(x-\frac{5}{3})$ এবং $(x-\frac{8}{3})$ দুটি

ধনাত্মক হয় অথবা দুটি ঋণাত্মক হয়।

শর্ত	$(x-\frac{8}{3})$ এর চিহ্ন	$(x-\frac{5}{3})$ এর চিহ্ন
$x < \frac{5}{3}$	-	-
$\frac{5}{3} < x <$	+	-

$\frac{8}{3}$		
$x > \frac{8}{3}$	+	+

$\therefore x < \frac{5}{3}$ অথবা $x > \frac{8}{3}$ এর জন্য (i) নং সত্য হয়।

\therefore নির্ণয় সমাধান - $-\infty < x < \frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$

Note: এই প্রশ্নটিতে $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ এর $3x-5$ এর মধ্যে পরমমান চিহ্ন না থাকায় সরসরি উল্টে দিয়ে $3x-5 > 3$ লেখা যাবে না। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার ভগ্নাংশ উল্টালে বড় সংখ্যাটি ছোট বা ছোট সংখ্যাটি বড় না হয়ে আগের মতই থাকে।

১৪. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [৪০তম বিসিএস]

- (ক) $x > 3, x < 2$ (খ) $2 > x > 3$
 (গ) $x < 2$ (ঘ) $2 < x < 3$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\begin{aligned} 5x - x^2 - 6 > 0 \\ \Rightarrow -(x^2 - 5x + 6) > 0 \\ \Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \\ \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0 \\ \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0 \\ \Rightarrow (x-3)(x-2) < 0 \end{aligned}$$

সুতরাং $(x-3)(x-2)$ এর গুণফল ০ এর থেকে ছোট অর্থাৎ গুণফলটি ঋণাত্মক হতে হবে। এখন দুটি রাশির গুণফল ঋণাত্মক হতে হলে একটি ধনাত্মক এবং অন্যটি ঋণাত্মক হতে হবে। যদি,

$$(x-3) \text{ ধনাত্মক হলে } x-3 > 0 \therefore x > 3$$

$$(x-2) \text{ ঋণাত্মক হবে } x-2 < 0 \therefore x < 2$$

সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 > x > 3$ অথবা, ঘুরিয়ে $3 < x < 2$

কিন্তু এরকম কোন সংখ্যা নেই যা একইসাথে ২ এর থেকে ছোট আবার ৩ এর থেকে বড় তাই এটা উত্তর হতে পারে না।

$$\text{আবার, } (x-3) \text{ ঋণাত্মক হলে } x-3 < 0 \therefore x < 3$$

$$(x-2) \text{ ধনাত্মক হবে } x-2 > 0 \therefore x > 2$$

সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 < x < 3$ অথবা ঘুরিয়ে $3 > x > 2$ এটাই উত্তর।

কারণ x এর মান একই সাথে ৩ এর থেকে ছোট এবং ২ এর থেকে বড় হতে পারে। সুতরাং উত্তর: $2 < x < 3$

অনুশীলন করুন:

০১. $x > y$ এবং $z < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সন্থকটি শিক্ষক (প্রথম পর্যায়): ২০২২]

(ক) $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$ (খ) $xz < yz$

(গ) $xz > yz$ (ঘ) $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ উত্তর: খ

০২. $x^2 - 4 \leq 0$ এর সমাধান কোনটি? [মাধ্যমিক শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৯]

(ক) $-2 \leq x \leq 2$ (খ) $-2 \leq x < 2$

(গ) $-2 < x \leq 2$ (ঘ) $-2 < x < 2$ উত্তর: খ

০৩. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x+5 < n$ হবে?

(ক) $m=1, n=10$

(খ) $m=2, n=20$

(গ) $m=3, n=30$

(ঘ) $m=4, n=40$ উত্তর: খ

সূচক ও লগারিদম

সূচক :

সূচকের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

০১. $a^0 =$ কত? (০১ তম বিসিএস (মানসিক সফলতা))

- (ক) 1 (খ) 0
(গ) a (ঘ) 2

উত্তর: ক

সমাধান: যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার ০ অর্থাৎ (সংখ্যা)^০ হলে তার মান 1 হয়। যেমন:

$$\left(\frac{ab}{a+b}\right)^0 = 1, \text{ অর্থাৎ তাই সবসময় উত্তর: 1.}$$

➤ প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

০১. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

০২. $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

০৩. $a^0 = 1$ [যেখানে $a \neq 0$]

০৪. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

০৫. $\sqrt[q]{a} = a^{\frac{1}{q}}$

০৬. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ অর্থাৎ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

Note: কোন পাওয়ার মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয় এবং মাইনাস তুলে দাব 1এর নিচে পুরা সংখ্যাটি পাওয়ার সহ লিখতে হয়।

০৭. $\left(\frac{m}{n}\right)^{-p} = \left(\frac{n}{m}\right)^p$ [ভগ্নাংশের উপরের পাওয়ার টি মাইনাস হলে ঐ ভগ্নাংশটি উল্টে যায়]

০৮. $a^x = a^y$ হলে, $x = y$ [অর্থাৎ দু পাশের ভিত্তি মিলে গেলে দুটো ভিত্তিই তুলে দিতে হয়।]

০৯. $a^x = b^x$ হলে, $a = b$ [দু পাশের পাওয়ার মিলে গেলে দুটো পাওয়ারই বাদ দিতে হয়।]

০২. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ কখন হবে? (১৪তম বিসিএস)

- (ক) m ধনাত্মক হলে (খ) n ধনাত্মক হলে
(গ) m ও n উভয়ই ধনাত্মক
(ঘ) m ধনাত্মক ও n ঋণাত্মক

উত্তর: গ

০৩. $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$ এর মান হবে- (০৩তম বিসিএস)

- (ক) $a^{\frac{1}{3}}$ (খ) $a^{\frac{1}{9}}$
(গ) $a^{\frac{1}{27}}$ (ঘ) a^3

উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt[3]{a^{3 \times \frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{3}}$ [একটা কিউব রুট এবং কিউব কেটে গেলেও আরেকটা থাকে]

০৪. $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 =$ কত? (০৩তম বিসিএস)

- (ক) 27 (খ) 121
(গ) 144 (ঘ) 140

উত্তর: গ

সমাধান: $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 = (\sqrt[3]{3})^6 \times (\sqrt[3]{4})^6 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144.$

০৫. $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{5})^4$ -এর মান কত? (২৬তম বিসিএস)

- (ক) 30 (খ) 60
(গ) 225 (ঘ) 15

উত্তর: গ

সমাধান: $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{5})^4 = (\sqrt{3})^4 \cdot (\sqrt{5})^4 = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$ (উত্তর)

সূচকের মান নির্ণয় :

০৬. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{5}} = 3K$ হয়, তবে $K = ?$ (০১-তম বিসিএস)

- (ক) $9\frac{1}{2}$ (খ) $11\frac{1}{3}$
(গ) $12\frac{2}{5}$ (ঘ) $13\frac{2}{3}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{5}} = 3K$

বা, $(2^6)^{\frac{2}{3}} + (5^4)^{\frac{1}{5}} = 3K$

বা, $2^4 + 5^2 = 3K$

বা, $16 + 25 = 3K$ বা, $3K = 41$

$$\therefore K = 13 \frac{2}{3}$$

০৭. যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে $x =$ কত? [৩০তম বিসিএস]
 (ক) 0 (খ) 1
 (গ) -1 (ঘ) 4 উত্তর: ক

সমাধান:

$$(25)^{2x+3} = 5^{3x+6} \text{ বা, } (5^2)^{2x+3} = 5^{3x+6}$$

$$\text{বা, } (5)^{4x+6} = 5^{3x+6} \text{ বা, } 4x+6 = 3x+6$$

$$\therefore x = 0$$

০৮. $\frac{1}{2} \times 2^{x-3} + 1 = 5$ হলে x এর মান কত? [৪৬তম বিসিএস]
 (ক) 3 (খ) 4
 (গ) 5 (ঘ) 6 উত্তর: ঘ

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{1}{2} \times 2^{x-3} + 1 = 5$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 2^x \cdot 2^{-3} = 5 - 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 2^x \cdot \frac{1}{8} = 4 \text{ বা, } 2^x = 64$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^6 \therefore x = 6 \text{ (উত্তর)}$$

শর্টকাট টেকনিক:

সরাসরি অপশনের মান প্রশ্নের সমীকরণে বসিয়ে যদি বামপক্ষ = ডানপক্ষ হয়, তাহলে সেটিই উত্তর।

$$\frac{1}{2} \times 2^{6-3} + 1 = 5$$

$$4 + 1 = 5 \text{ (বামপক্ষ = ডানপক্ষ)}$$

০৯. $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)}$ হয় তবে $x =$ কত? [৩০তম বিসিএস]
 (ক) 8 (খ) 3
 (গ) 5 (ঘ) 4 উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)} \text{ [দুপাশের ভিত্তি মেলাতে হবে]}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)} \text{ [ভগ্নাংশ উল্টালে উপরের}$$

পাওয়ারের আগে (-) হয়।]

$$\text{বা, } x-3 = -x+5 \text{ [ভিত্তি মিলে গেছে তাই ভিত্তি বাদ]}$$

$$\text{বা, } 2x = 8 \therefore x = 4$$

১০. $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$ এর মান হবে- [৩০তম বিসিএস]

(ক) $a^{\frac{1}{3}}$ (খ) $a^{\frac{1}{9}}$

(গ) $a^{\frac{1}{27}}$ (ঘ) a^3 উত্তর: ক

সমাধান:

$$\sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt[3]{a^{\frac{3 \times 1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} \text{ [একটা কিউব রুট এবং}$$

১১. $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ এর মান নিচের কোনটি? [৩০তম বিসিএস]

(ক) 16^x (খ) 4^{4x}
 (গ) 2^{2x+2} (ঘ) 2^{8x} উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } 4^x + 4^x + 4^x + 4^x = 4 \cdot 4^x$$

$$= 2^2 \cdot 2^{2x} = 2^{2x+2} \text{ (উত্তর)}$$

১২. $5^x + 8 \cdot 5^x + 16 \cdot 5^x = 1$ হলে, x এর মান কত? [৪১তম বিসিএস]

(ক) -3 (খ) -2
 (গ) -1 (ঘ) -1/2 উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } 5^x + 8 \cdot 5^x + 16 \cdot 5^x = 1$$

$$\Rightarrow 5^x(1+8+16) = 1$$

$$\Rightarrow 5^x = \frac{1}{25} = 5^{-2} \Rightarrow 5^x = 5^{-2}$$

$$\therefore x = -2 \text{ (উত্তর)}$$

১৩. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \cdot 5^n} =$ কত? [৩৪তম বিসিএস]

(ক) 4 (খ) 8
 (গ) 12 (ঘ) 16 উত্তর: খ

সমাধান:

$$\frac{5^n \times 5^2 + 7 \times 5 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n \times 25 + 7 \times 5^{1+n-1}}{4 \times 5^n}$$

$$= \frac{5^n(25+7)}{4 \times 5^n} = \frac{32}{4} = 8 \text{ (উত্তর)}$$

১৪. $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে xyz এর মান নির্ণয় করুন। [৩৭তম বিসিএস সিবিআই]

সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$a^x = b, b^y = c \text{ এবং } c^z = a$$

$$\Rightarrow c^{zx} = b \text{ [} \because c^z = a \text{]}$$

$$\Rightarrow b^{xyz} = b \quad [\because b^y = c]$$

$$\Rightarrow b^{xyz} = b^1 \quad \therefore xyz = 1 \quad (\text{উত্তর})$$

সূচকের সমাধান

১৫. যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে $x =$ কত? [৩০তম বিসিএস]

- (ক) 0 (খ) 1
(গ) -1 (ঘ) 4 উত্তর: ক

সমাধান:

$$(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$$

$$\text{বা, } (5^2)^{2x+3} = 5^{3x+6}$$

$$\text{বা, } (5)^{4x+6} = 5^{3x+6}$$

$$\text{বা, } 4x + 6 = 3x + 6 \quad \therefore x = 0$$

সরাসরি অপশন টেস্টের মাধ্যমেও সমাধান করতে পারেন

$$25^{2 \cdot 0 + 3} = 5^{3 \cdot 0 + 6}$$

$$\text{Or, } 5^{2^3} = 5^6 \quad \text{Or, } 5^6 = 5^6$$

১৬. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত? [৪১তম বিসিএস]

- (ক) $4x$ (খ) $6x$
(গ) 4 (ঘ) 8 উত্তর: খ

সমাধান:

$$x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0 \quad \text{বা, } x = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)$$

$$\text{বা, } x^3 = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)^3 \quad [\text{উভয় পাশে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } x^3 = -\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right]$$

$$\text{বা, } x^3 = -\left\{2 + 4 + 3 \cdot 2^{\frac{1+2}{3}} (-x)\right\}$$

$$\text{বা, } x^3 = 6x - 6 \quad \therefore x^3 + 6 = 6x$$

১৭. $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত? [৪০তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{3}{2}$ (খ) $\frac{4}{5}$
(গ) $\frac{9}{4}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$ উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$$

$$\text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = (x \cdot x^{\frac{1}{2}})^x$$

$$\text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = (x^{\frac{3}{2}})^x \quad \text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = (x^x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{x} = \frac{3}{2} \quad \therefore x = \frac{9}{4} \quad (\text{উত্তর})$$

১৮. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে $x =$ কত? [৩৮তম বিসিএস লিখিত, ৩৮তম বিসিএস শ্রুতি]

- (ক) (1,2) (খ) (0,2)
(গ) (1,3) (ঘ) (0,1) উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } 2^x + 2^{1-x} = 3$$

$$\text{বা, } 2^x + \frac{2^1}{2^x} = 3 \quad [a^m \cdot a^{-n} = \frac{a^m}{a^n} \text{ অর্থাৎ বিয়োগ থাকলে ভাগ হয়।}]$$

$$\text{বা, } p + \frac{2}{p} = 3 \quad [2^x = p \text{ ধরে।}]$$

$$\text{বা, } \frac{p^2 + 2}{p} = 3 \quad \text{বা, } p^2 + 2 = 3p$$

$$\text{বা, } p^2 - 3p + 2 = 0$$

$$\text{বা, } p^2 - 2p - p + 2 = 0 \quad \text{বা, } (p-2)(p-1) = 0$$

$$\text{হয় } p-2=0 \quad \text{অথবা, } p-1=0$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^1 \quad \text{বা, } 2^x = 1$$

$$\text{বা, } x=1 \quad \text{বা, } 2^x = 2^0 \quad [a^0 = 1] \quad \text{বা, } x = 0$$

সুতরাং $x = (0,1)$ **Ans. (0,1)**

সরাসরি অপশন দ্বারা টেস্ট করেও সমাধান করা যায়।

$$x = 0 \text{ হলে,}$$

$$2^0 + 2^{1-0} = 3 \Rightarrow 1+2=3 \Rightarrow 3=3$$

$$\text{আবার: } x = 1 \text{ হলে,}$$

$$2^1 + 2^{1-1} = 3 \Rightarrow 2+1=3 \Rightarrow 3=3$$

$$[\text{দুপাশে 3 মিলে যাওয়ায় (0,1) ই উত্তর}]$$

২৫. $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে, $x =$ কত? [৪০তম বিসিএস]

- (ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1 উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } 4^x + 4^{1-x} = 4$$

$$\Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{(4^x)^2 + 4}{4^x} = 4$$

$$\Rightarrow (4^x)^2 + 4 = 4 \cdot 4^x$$

$$\Rightarrow (4^x)^2 - 4 \cdot 4^x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (4^x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4^x + (2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (4^x - 2)^2 = 0 \Rightarrow 4^x = 2$$

$$\Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$$

বিকল্প সমাধান: $4^x + 4^{1-x} = 4 \Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + 4}{a} = 4 \quad [4^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\Rightarrow a^2 + 4 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 2a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a - 2) = 0 \quad [\text{বামে দুটি রাশি একই}]$$

$$\therefore 4^x - 2 = 0 \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$$

শর্টকাট: অপশন থেকে মান বসিয়ে হিসেব করলে,
 $x = 1/2$ ধরে বামপক্ষ $4^x + 4^{1-x} = 4^{1/2} + 4^{1-1/2} = 4^{1/2} + 4^{1/2} = 4 =$ ডানপক্ষ।

অন্যগুলো নিলে এভাবে সমান হবে না। তাই উত্তর: $x = \frac{1}{2}$

১৯. $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)}$ হয় তবে $x =$ কত? [৩৩তম বিসিএস]

(ক) ৪

(খ) ৩

(গ) ৫

(ঘ) ৪

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)} \quad [\text{দুপাশের ভিত্তি মেলাতে হবে}]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)} \quad [\text{ভ্যাংশ উন্টালে}]$$

উপরের পাওয়ারের আগে (-) হয়।

$$\text{বা, } x-3 = -x+5 \quad [\text{ভিত্তি মিলে গেছে তাই ভিত্তি বাদ}]$$

$$\text{বা, } 2x = 8 \therefore x = 4$$

২০. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4.5^n} =$ কত? [৩৪তম বিসিএস]

(ক) ৪

(খ) ৪

(গ) ১২

(ঘ) ১৬

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\frac{5^n \times 5^2 + 7 \times 5 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n \times 25 + 7 \times 5^n}{4 \times 5^n}$$

$$= \frac{5^n(25+7)}{4 \times 5^n} = \frac{32}{4} = 8$$

২১. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ হলে x এর মান কত? [৪০তম বিসিএস]

(ক) ২

(খ) ৩

(গ) ৪

(ঘ) ৬

উত্তর: ঘ

সমাধান: $2^{x+7} = 4^{x+2}$

$$\Rightarrow 2^{x+7} = 2^{2(x+2)} \Rightarrow 2^{x+7} = 2^{2x+4}$$

$$\Rightarrow x+7 = 2x+4 \therefore x = 3 \text{ (Ans)}$$

২২. যদি $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}} = ?$ [৪৪তম বিসিএস]

(ক) ৪

(খ) ১৬

(গ) ৪

(ঘ) ৬৪

উত্তর: গ

সমাধান: $\sqrt[4]{x^3} = 2 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{4}} = 2$

$$\Rightarrow x^{\frac{3}{4}} = 2 \Rightarrow \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^2 = 2^2$$

$$\Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 4 \therefore x^{\frac{3}{2}} = 4$$

২৩. $\frac{1}{2} \times 2^{x-3} + 1 = 5$ হলে x এর মান কত? [৪৬তম বিসিএস]

(ক) ৩

(খ) ৪

(গ) ৫

(ঘ) ৬

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \times 2^{x-3} + 1 = 5$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 2^x \cdot 2^{-3} = 5 - 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 2^x \cdot \frac{1}{8} = 4 \quad \text{বা, } 2^x = 64$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^6 \therefore x = 6 \text{ (উত্তর)}$$

শর্টকাট টেকনিক:

সরাসরি অপশনের মান প্রশ্নের সমীকরণে বসিয়ে যদি বামপক্ষ = ডানপক্ষ হয়, তাহলে সেটিই উত্তর।

$$\frac{1}{2} \times 2^{6-3} + 1 = 5$$

$$4 + 1 = 5 \text{ (বামপক্ষ = ডানপক্ষ)}$$

২৪. $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে x এর মান কত? [৩৩তম বিসিএস]

(ক) $\frac{7}{3}$

(খ) ৩

(গ) $\frac{8}{3}$ (ঘ) 2 উত্তর: ঘ

সমাধান: $36 \cdot 2^{3x-8} = 3^2$

বা, $2^{3x-8} = \frac{9}{36}$ বা, $\frac{2^{3x}}{2^8} = \frac{1}{4}$

বা, $2^{3x} = \frac{2^8}{4}$ বা, $2^{3x} = 2^6$

বা, $3x = 6 \therefore x = 2$ (উত্তর)

২৫. $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত? [১৯তম বিসিএস]

(ক) 3 (খ) -3

(গ) 7 (ঘ) 9 উত্তর: ঘ

সমাধান: $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$

বা, $5^3(\sqrt{5})^{2x} = 1$ বা, $5^3 \cdot 5^{2x \cdot \frac{1}{2}} = 1$

বা, $5^{3+x} = 5^0$ বা, $3+x = 0 \therefore x = -3$

২৬. $x^3 - 0.001 = 0$ হলে, x^2 এর মান- [১০তম বিসিএস]

(ক) 100 (খ) $\frac{1}{10}$

(গ) 10 (ঘ) $\frac{1}{100}$ উত্তর: ক

সমাধান: দেওয়া আছে, $x^3 - 0.001 = 0$

বা, $\frac{1}{x^3} = 0.001 = \frac{1}{1000}$

বা, $x^3 = 1000 = 10^3$

বা, $x = 10 \therefore x^2 = 100$. (উত্তর)

লগারিদম

০১. কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$ [৪০তম বিসিএস]

(ক) $a > 0, a \neq 1$ (খ) $a \neq 0, a > 1$

(গ) $a > 0, a = 1$ (ঘ) $a \neq 1, a < 0$ উত্তর: ক

সমাধান: $\log_a 1 = 0$ হবে যখন $a > 0, a \neq 1$.

অর্থাৎ a এর মান 1 বাদে 0 এর থেকে বড় যে কোন সংখ্যা হতে পারে।

০২. $\log_a \left(\frac{m}{n} \right) =$ কত? [১০তম ও ৩২তম বিসিএস]

(ক) $\log_a m - \log_a n$ (খ) $\log_a m + \log_a n$

(গ) $\log_a m \times \log_a n$ (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: ক

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

○ $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

○ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

○ $\log_a M^n = n \log_a M$

○ $\log_a 1 = 0$

○ $\log_a a = 1$

○ $\log a + \log b + \log c = \log(abc)$

○ $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

○ $\log_a y = x$ হলে $a^x = y$ (যেটি বুঝে ও বুঝে পূর্ণ)

(কোন power = কোন মান দেয়া থাকলে log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ power এর জায়গার মানটি এবং মান এর জায়গায় power হয়ে যায়) অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়।

০৩. $\log_2 8 =$ কত? [১২তম বিসিএস]

(ক) 4 (খ) 3

(গ) 2 (ঘ) 1 উত্তর: খ

সমাধান: $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \cdot \log_2 2 = 3 \cdot 1 = 3$

০৪. $\text{Log}_{\sqrt{3}} 81$ কত? [১০তম বিসিএস]

(ক) 4 (খ) $27\sqrt{3}$

(গ) 8 (ঘ) $\frac{1}{8}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\text{Log}_{\sqrt{3}} 81 = \text{Log}_{\sqrt{3}} 3^4$

$= \text{Log}_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8 = 8 \text{Log}_{\sqrt{3}} (\sqrt{3}) = 8$

০৫. $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে, x -এর মান কত? [৪২তম বিসিএস]

(ক) 7 (খ) -7

(গ) 5 (ঘ) 3 উত্তর: ঘ

সমাধান: $\log_x \frac{1}{9} = -2$ বা, $x^{-2} = \frac{1}{9}$ বা, $x^{-2} =$

$\frac{1}{3^2}$ বা, $x^{-2} = 3^{-2} \therefore x = 3$

০৬. $\log_2 \frac{1}{32}$ এর মান- [১১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{25}$ (খ) -5

(গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $-\frac{1}{5}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\log_2 \frac{1}{32} = \log_2 \frac{1}{2^5} = \log_2 2^{-5}$
 $= -5 \cdot \log_2 2 = -5 \cdot 1 = -5$ (উত্তর)

০৭. $\log_3 \frac{1}{9}$ এর মান- [৩০তম বিসিএস]

(ক) 2 (খ) -2
 (গ) 3 (ঘ) -3 উত্তর: খ

সমাধান: $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 \frac{1}{3^2} = \log_3 3^{-2} = -2$.

০৮. $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে $x =$ কত? [৩৮তম বিসিএস]

(ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$
 (গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 4 উত্তর: গ

সমাধান:
 $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow x^2 = 8$

$\Rightarrow x = \sqrt{4 \times 2} \therefore x = 2\sqrt{2}$

০৯. $\log_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3}$ হলে x এর মান কত? [৪৬তম বিসিএস]

(ক) 32 (খ) 4
 (গ) 5 (ঘ) $\sqrt{8}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\log_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3}$ বা, $\log_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3}$

বা, $x = \sqrt{8}^{\frac{10}{3}}$ বা, $x = (\sqrt{8})^{2 \times \frac{5}{3}}$

বা, $x = 8^{\frac{5}{3}} = (2^3)^{\frac{5}{3}} = 2^5 \therefore x = 32$

১০. 32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? [১০তম বিসিএস]

(ক) 7 (খ) -7
 (গ) 5 (ঘ) 3 উত্তর: গ

সমাধান:
 $\log_2 32$ (32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত বলতে বোঝায় Log এর 2 ভিত্তির উপর 32 বসালে তার মান কত হবে)

$= \log_2 2^5 = 5 \times \log_2 2$

$= 5 \times 1 = 5$ [যেহেতু $\log_a a = 1$]

১১. $\log_x \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$ হলে, $x =$ এর মান কত? [৩৭-তম বিসিএস]

(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{9}{4}$
 (গ) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$ (পাওয়ার এ মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়)

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$\therefore x = \frac{4}{9}$

১২. $\log_2 \log \sqrt{e^{e^2}} = ?$ [৪১তম বিসিএস]

(ক) -2 (খ) -1
 (গ) 1 (ঘ) 2 উত্তর: ঘ

সমাধান:

$\log_2 \log \sqrt{e^{(\sqrt{e})^{e^2}}}$

$= \log_2 \log \sqrt{e^{(\sqrt{e})^e}} = \log_2 4 \cdot \log \sqrt{e^{e^e}}$

$= \log_2 4 \times 1 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2 \times 1 = 2$ (উত্তর:)

এখানে যে সূত্র কাজে লাগবে:

$\log_a M^N = N \log_a M$ এবং $\log_a a = 1$

১৩. যদি $\log_{10} x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান? [৪৪তম বিসিএস]

(ক) 0.1 (খ) 0.01
 (গ) $\frac{1}{10000}$ (ঘ) 0.001 উত্তর: ক

সমাধান: $\log_{10} x = -1 \Rightarrow 10^{-1} = x$

$\Rightarrow x = \frac{1}{10} \therefore x = 0.1$ (উত্তর)

১৪. $2 \log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = ?$ [৪৪তম বিসিএস]

(ক) 2 (খ) 100

(গ) 37 (ঘ) 4.6 উত্তর: ক

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 2 \log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = \log_{10} 5^2 \\ & + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 \\ & = \log_{10} 25 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 \\ & = \log_{10} \left(\frac{25 \times 36}{9} \right) = \log_{10} 10^2 \\ & = 2 \cdot \log_{10} 10 = 2 \cdot 1 = 2 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

১৫. $2 \log_2 3 + \log_2 5$ এর মান কত? [৪৩তম বিসিএস]

(ক) 8 (খ) 2

(গ) 15 (ঘ) 10 উত্তর: গ

সমাধান: এই প্রশ্নটি অনেক সহজ শুধু গুরুত্বপূর্ণ যে সূত্রটি জানতে হবে তা হলো, $a^{\log_a b} = b$ হয়।

$$2 \log_2 3 + \log_2 5 = 2 \log_2 (3 \times 5) = 2 \log_2 15 = 15$$

১৬. $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে,

$\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right)$ এর মান কত? [৩৫তম বিসিএস]

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) 5 উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } \log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right) = \log_a x^3 y^2 - \log_a z$$

$$[\text{যেহেতু } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N]$$

$$\begin{aligned} & = \log_a x^3 + \log_a y^2 - \log_a z \\ & = 3 \times 1 + 2 \times 2 - 3 = 3 + 4 - 3 = 4 \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

১৭. যদি $\log \left(\frac{a}{b} \right) + \log \left(\frac{b}{a} \right) = \log(a+b)$ হয়, তবে-

[৪৫তম বিসিএস]

(ক) $a + b = 1$ (খ) $a - b = 1$

(গ) $a = b$ (ঘ) $a^2 - b^2 = 1$ উত্তর: ক

$$\text{সমাধান: } \log \left(\frac{a}{b} \right) + \log \left(\frac{b}{a} \right) = \log(a+b)$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} \right) = \log(a+b)$$

$$\therefore a + b = 1 \text{ (Ans)}$$

অনুশীলন করুন:

০১. $x^3 = 64$ হলে x এর মান কত? [প্রাথমিক সহ: শি.দি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় খণ্ড) সেট: (৩১৯৭)]

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6 উত্তর: খ

০২. $\sqrt{x^2} =$ কত? [প্রাথমিক সহ: শি.দি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ খণ্ড) সেট: (২৮১৫)]

(ক) x (খ) $-x$

(গ) $\pm x$ (ঘ) x^2 উত্তর: গ

০৩. $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$ হলে x এর মান কত? [ডাক অফিসের বিভিন্ন ডপার্টমেন্ট-২০১৮/১৯-১০ম সেন্ট-উচ্চতর গণিত অধ্য: ৫.৩ এর উদাহরণ - ৪ হুবহু।]

(ক) $\frac{2}{m}$ (খ) $2m$

(গ) $\frac{m}{2}$ (ঘ) 0 উত্তর: ক

০৪. $\log_{10} x = 2$ হলে $x =$ কত?

(ক) 70 (খ) 81

(গ) 64 (ঘ) 100 উত্তর: ঘ

০৫. $\log_x 144 = 4$ হলে $x =$ কত?

(ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$

(গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{3}$ উত্তর: ঘ

০৬. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত?

(ক) 81 (খ) 4

(গ) 8 (ঘ) 6 উত্তর: খ

সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা

সমান্তর ধারা: যে ধারায় প্রতিটি পদে একই পরিমাণে বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটে অর্থাৎ ক্রমিক দুইটি পদের অন্তর একই হয়, তাকে সমান্তর ধারা বলে। অর্থাৎ যে ধারার কোন পদকে তার পরবর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে প্রতিক্রমে বিয়োজফল একই হয় তাকে সমান্তর ধারা বলে। যেমন: $2+4+6+8+10 \dots \dots \dots +20$ এখানে প্রতি পদের বৃদ্ধির হার ২ করে।

সমান্তর ধারার গুরুত্বপূর্ণ সূত্র ও তার প্রয়োগ:

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও শেষ পদ দেয়া থাকলে

$$\text{সমষ্টি} = \frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{2}$$

$$\text{এবং পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$$

একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে r তম পদ = $a+(r-1)d$

প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিশিষ্ট সমান্তর ধারার

$$n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S = \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\}$$

□ সমান্তর ধারার উপর বিভিন্ন প্রশ্নের সমাধান :

০১. ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল- [১৫তম বিসিএস]

অর্থাৎ, $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত? [২৫তম বিসিএস]

- (ক) ৪৮৫০ (খ) ৪৯৫০
(গ) ৫৭৫০ (ঘ) ৫৯৫০

উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{99(99+1)}{2} = 8950$$

০২. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? [১৮তম বিসিএস+ ৩৭তম বিসিএস-মানসিক দক্ষতা-নির্ধারিত; ৩৮তম বিসিএস]

- (ক) ৪৯৯৯ (খ) ৫৫০১
(গ) ৫০৫০ (ঘ) ৫০০১

উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{100(100+1)}{2} = 50 \times 101 = 5050 \text{ (উত্তর)}$$

০৩. $1 + 3 + 5 + \dots + 31 =$ কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) 234 (খ) 256
(গ) 324 (ঘ) 342

উত্তর: খ

সমাধান : পদসংখ্যা

$$= \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{30}{2} + 1 = 16 \text{ (উত্তর)}$$

$$\text{যোগফল} = \frac{(1 + 31) \times 16}{2} = 256$$

০৪. $1 + 5 + 9 + \dots + 81 = ?$ [৩৬তম বিসিএস]

- (ক) ৯৬১ (খ) ৮৬১
(গ) ৭৬১ (ঘ) ৬৬১

উত্তর: খ

সমাধান: এখানে প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অন্তর $d = 5-1 = 4$ এবং শেষ পদ = 81

$$\therefore \text{পদসংখ্যা} = \frac{81-1}{4} + 1 = \frac{80}{4} + 1 = 20+1 = 21$$

(ধারাটিতে মোট ২১টি পদ আছে।)

$$\text{সমষ্টি (S)} = \frac{\text{পদসংখ্যা(শেষপদ + প্রথম পদ)}}{2}$$

$$= \frac{21(81+1)}{2} = \frac{21 \times 82}{2}$$

$$= 21 \times 41 = 861$$

০৫. $1 + 3 + 5 + \dots + (2x-1)$ কত? [৩৬তম বিসিএস]

(ক) $x(x-1)$ (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$

(গ) $x(x+1)$ (ঘ) x^2

উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অন্তর $d = 3-1 = 2$ এবং

শেষ পদ = $(2x-1)$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষ পদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সা. অন্তর}} + 1$$

$$= \frac{2x-1-1}{2} + 1 = \frac{2x-2}{2} + 1$$

$$= \frac{2(x-1)}{2} + 1 = x-1+1 = x$$

$$\text{সুতরাং } S = \frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{2}$$

$$= \frac{x(2x-1+1)}{2} = \frac{2x^2}{2} = x^2$$

০৬. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম

পদটি 52 হলে 15-তম পদটি- [৩৭-তম বিসিএস]

- (ক) 140 (খ) 142
(গ) 148 (ঘ) 150

উত্তর: খ

সাধারণ নিয়মে সমাধান

আমরা জানি r তম পদ = $a + (r-1)d$

প্রশ্নমতে, ৬ষ্ঠ পদ = $a + (6-1)d = 52$

$$\Rightarrow a + 5 \times 10 = 52 \Rightarrow \therefore a = 2$$

অর্থাৎ ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$

এখন ১৫ তম পদের মান বের করার জন্য একই সূত্র

$$a + (r-1)d = 2 + (15-1)10 = 2 + 140 = 142$$

মুখে মুখে সমাধান:

সাধারণ অন্তর ১০ এবং ৬তম পদ ৫২ তাহলে ১৫তম পদ হবে ৬তম পদের পর ৯টি পদ যোগ। প্রতিটি পদের মধ্যকার পার্থক্য ১০ হওয়ায় ৯টি পদের পার্থক্য হবে $৯ \times ১০ = ৯০$ । তাহলে ১৫ তম পদটি হবে $৫২ + ৯০ = ১৪২$ ।

০৭. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত? [২০তম বিসিএস]

- (ক) $45 \log 11$ (খ) $55 \log 2$
(গ) $36 \log 11$ (ঘ) $66 \log 11$

উত্তর: খ

সমাধান:

$$\begin{aligned} & \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \\ & = \log 2^1 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots + \log 2^{10} \\ & = 1 \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots + 10 \log 2 \\ & = \log 2^{(1+2+3+\dots+10)} = \log 2^{\frac{10(10+1)}{2}} \\ & = \log 2^{55} = 55 \log 2. \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

০৮. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি 18 এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত? [৩৮তম বিসিএস]

- (ক) ২ (খ) ১০
(গ) ৪ (ঘ) ১২

উত্তর: ঘ

সমাধান : এখানে, ১ম পদ = a , সাধারণ অন্তর = d

সমান্তর ধারার ৫ম পদ = $a + (5-1)d$

$$= 18 \text{ or, } a + 4d = 18 \text{ ---- (i)}$$

$$\text{প্রথম ৫টি পদের সমষ্টি} = \frac{5}{2} \{2a + (5-1)d\}$$

$$= \frac{5}{2} \{a + (a+4d)\} = \frac{5}{2} (a+18)$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{5}{2} (a+18) = 75$$

$$\Rightarrow a+18 = 30 \therefore a = 12$$

কয়েক সেকেন্ড সমাধান করার জন্য:

সংখ্যার যোগফল ৭৫ হলে তাদের গড় = $৭৫ \div ৫ = ১৫$ । সমান্তর ধারায় সিরিজটি হবে ১২, ১৩.৫, ১৫, ১৬.৫ এবং ১৮।

গড় কে মাঝখানে রেখে শেষের ১৮ এর সাথে পার্থক্য ৩ কে ২ দিয়ে ভাগ করলে ১.৫ হয়। তাই সবগুলো রাশির পার্থক্য ১.৫। সুতরাং প্রথম রাশিটি = ১২

০৯. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কততম পদ 302? [৪২তম বিসিএস]

- (ক) ৬০তম পদ (খ) ৭০তম পদ
(গ) ৯০তম পদ (ঘ) ১০০তম পদ

উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রথম পদ, $a = 5$; n তম পদ = 302

সাধারণ অন্তর, $d = 8-5 = 3$; $n = ?$

আমরা জানি, n তম পদ = $a + (n-1)d$

$$\text{বা, } 302 = 5 + (n-1)d$$

$$\text{বা, } 5n + 2 = 302$$

$$\text{বা, } 3n = 300 \therefore n = 100 \text{ (উত্তর)}$$

১০. যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রম থাকে, তাহলে p ও q এর মান হবে যথাক্রমে- [৪৪তম বিসিএস]

- (ক) $-2, 9$ (খ) $2, 9$
(গ) $-2, -9$ (ঘ) $2, -9$

উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, প্রথম পদ, $a = -5$;

এবং সাধারণ অন্তর d ;

\therefore দ্বিতীয় পদ, $a+d = p$;

তৃতীয় পদ, $a+2d = q$ এবং

চতুর্থ পদ, $a+3d = 16$

$$\Rightarrow -5+3d = 16 \Rightarrow 3d = 21 \therefore d = 7$$

সুতরাং দ্বিতীয় পদ, $p = a+d = -5+7 = 2$

এবং তৃতীয় পদ, $q = a+2d = -5+14 = 9$

$$\therefore (p, q) = (2, 9)$$

মুখে মুখে উত্তর:

(৪র্থ পদ - প্রথম পদ) = $১৬ - (-৫) = ২১$

তাহলে $(৪-১) = ৩$ টি গ্যাপের মান = ২১ হলে

১টি গ্যাপের মান হবে = $২১ \div ৩ = ৭$ ।

সুতরাং ২য় পদ $p = -৫ + ৭ = ২$

এবং ৩য় পদ = $q = ২ + ৭ = ৯$ (উত্তর)

১১. বর্গ- এর সমান্তর ধারা:

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি অর্থাৎ, $1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + n^2$

$$\text{ধারার সমষ্টি, } S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

১১. $1^2+2^2+3^2+\dots+(40)^2 =$ কত? [২৭তম বিসিএস]
 (ক) ২২১৩০ (খ) ২২১৪০
 (গ) ২২১৫০ (ঘ) ২২১৬০ উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } 1^2+2^2+3^2+\dots+(40)^2 = \frac{40(40+1)(2 \cdot 40+1)}{6} = \frac{40 \times 41 \times 81}{6} = 22140$$

১২. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2$ এর মান কত? [৩১তম বিসিএস]

$$\text{(ক) } \frac{x(x+1)(2x+1)}{6} \quad \text{(খ) } \frac{x(x+1)}{2}$$

$$\text{(গ) } x \quad \text{(ঘ) } \left\{ \frac{x(x+1)}{2} \right\}^2 \quad \text{উত্তর: ক}$$

১৩. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 =$ কত? [২৭তম বিসিএস]

$$\text{(ক) } 35725 \quad \text{(খ) } 42925$$

$$\text{(গ) } 45500 \quad \text{(ঘ) } 47225 \quad \text{উত্তর: খ}$$

$$\text{সমাধান: আমরা জানি, } n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 = \frac{50 \times 51 \times 101}{6} = 42925 \text{ (উত্তর)}$$

১৪. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 31^2 =$ সমান কত?
 (ক) ২৫৮ (খ) ২৫৬
 (গ) ২৫৪ (ঘ) ২৫২ উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 31^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 31^2 - (2^2 + 4^2 + \dots + 30^2)$$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 31^2 - 4(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)$$

$$n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{31(31+1)(2 \times 31+1)}{6} - 4 \frac{15(15+1)(2 \times 15+1)}{6}$$

$$= 10816 - 8960 = 1856 \text{ (উত্তর)}$$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 31^2 = 1856$$

☐ গুণোত্তর ধারার উপর বিভিন্ন প্রশ্নের সমাধান :

যে ধারার কোনো পদের সাথে তার পরবর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হয়, সে ধারাকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন: $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$ প্রতি পদের সাথে ২ গুণ করে পরবর্তী পদ বের করা হয়েছে। যতগুণ করে বাড়ে বা কমে তাকে সাধারণ অনুপাত বলা হয় এবং সাধারণ অনুপাতকে q দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সূত্র দুটি অবশ্যই মনে রাখুন:

- r -তম পদ $= aq^{r-1}$
 - n তম পদের সমষ্টি, $S = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- [q = দ্বিতীয় পদ ÷ প্রথম পদ ।]

Δ গুণোত্তর ধারার পদের মান বা কত তম পদ তা বের করতে বলা হলে:

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে ধারাটির r -তম পদ $= aq^{r-1}$
 অর্থাৎ ধারার মাঝখানের যে কোন একটি পদের মান কত অথবা পদের মান দেয়া আছে পদটি কত নম্বর পদ বের করতে বলা হলে এই সূত্রটি প্রয়োগ হয়। যেমন:

১৫. ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি? [৪৪তম বিসিএস]

- (ক) ৪৫ (খ) ১২৯৬
 (গ) ৩৬ (ঘ) ৪ উত্তর: গ

সমাধান:

দুটি সংখ্যা a, b হলে, তাদের গাণিতিক গড় $= \frac{a+b}{2}$ এবং

$$\text{জ্যামিতিক বা গুণোত্তর গড়} = (a \times b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a \times b}$$

$$\text{সুতরাং } ১৮ \text{ এবং } ৭২ \text{ এর গুণোত্তর গড়} = (১৮ \times ৭২)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{১৮ \times ৭২} = \sqrt{৯ \times ২ \times ৭২} = \sqrt{৯ \times ১৪৪}$$

$$= ৩ \times ১২ = ৩৬$$

১৬. একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি ২০ এবং ষষ্ঠ (৬তম) পদটি ১৬০ হলে প্রথম পদটি কত? [৩৭তম বিসিএস]

- (ক) ৫ (খ) ১০
 (গ) ১২ (ঘ) ৪ উত্তর: ক

সমাধান:

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন:

তৃতীয় পদ ২০ এবং ৬ষ্ঠ পদ ১৬০ এখন, যদি চতুর্থ পদ $20 \times 2 = 80$ এবং পঞ্চম পদ $80 \times 2 = 160$ ধরা হয় তাহলে, ৬ষ্ঠ পদ $160 \times 2 = 320$ মিলে। অর্থাৎ প্রতিবার ২ দিয়ে গুণ করে পরের পদ তৈরী করা হয়েছে। সুতরাং তৃতীয় পদ $20 \div 2 = 10$ (দ্বিতীয় পদ) এবং $10 \div 2 = 5$ (প্রথম পদ)। উত্তর: প্রথম পদ ৫।

লিখিত সমাধান: (এই নিয়মেই অনেক প্রশ্ন আসে। সূত্রটি মনে রাখার চেষ্টা করুন)

গুণোত্তর অনুক্রমের প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে

অনুক্রমটির n -তম পদ $= aq^{n-1}$

তৃতীয় পদ, $aq^{3-1} = aq^2 = 20$ এবং

৬ষ্ঠ পদ, $aq^{6-1} = aq^5 = 160$

শর্তমতে,

$$aq^2 = 20 \text{ ----- (1)}$$

$$\text{এবং } aq^5 = 160 \text{ ----- (2)}$$

এখন, $\frac{aq^5}{aq^2} = \frac{160}{20}$ [২ নং কে ১ নং দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } q^3 = 8 \text{ বা, } q^3 = 2^3$$

$$\therefore q = 2 \text{ (এভাবেই সূত্র প্রয়োগ করে ভাগ করতে হয়।)}$$

এখন প্রথম পদ a এর মান বের করার জন্য q এর মান (১) নং সমীকরণে বসাই।

$$a \cdot 2^2 = 20 \Rightarrow a = 20 \div 4 \therefore a = 5$$

১৭. একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি -৪৮ এবং পঞ্চম

পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত? [৩৫তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $-\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $-\frac{1}{4}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে

অনুক্রমটির n -তম পদ $= aq^{n-1}$

\therefore দ্বিতীয় পদ, $aq^{2-1} = aq = -48$ এবং পঞ্চম পদ,

$$aq^{5-1} = aq^4 = \frac{3}{4}$$

$$\text{প্রথম শর্তমতে, } aq = -48 \text{ ----- (i)}$$

$$\text{২য় শর্তমতে, } aq^4 = \frac{3}{4} \text{ ----- (ii)}$$

$$\text{এখন, } \frac{aq^4}{aq} = \frac{\frac{3}{4}}{-48} \text{ [ii নং কে i নং দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } q^3 = -\frac{1}{64} \text{ (বামে কাটাকটি এবং ডানে ভগ্নাংশকে উন্ডিয়ে গুণ করা হয়েছে)}$$

$$\text{বা, } q^3 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \therefore q = -\frac{1}{4} \text{ [সূত্রটি মনে রাখতে}$$

না পারলে বুকে বুকে নিচের নিয়মে করার চেষ্টা করুন]

খুব সহজে করতে হলে এভাবে চেষ্টা করুন:

যেহেতু ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা এবং ধারাটির ২য় পদে -

$$48 \text{ এবং পঞ্চম পদে } \frac{3}{4} \text{ আছে অর্থাৎ - থেকে + মান}$$

এসেছে, তাই অবশ্যই প্রতিবার - যুক্ত সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হয়েছে। তাই ক ও গ নং অপশন বাদ দেয়া যায়। এখন খ অপশনটি দিয়ে গুণ করে দেখতে হবে।

এখানে ২য় পদ - 48

$$\text{সুতরাং ৩য় পদ} = -48 \times -\frac{1}{2} = 24$$

$$\text{আবার, ৪র্থ পদ} = 24 \times -\frac{1}{2} = -12 \text{ এবং}$$

$$\text{৫ম পদ} = -12 \times -\frac{1}{2} = 6$$

কিন্তু প্রশ্নে ৫ম পদ দেয়া আছে $\frac{3}{4}$ তাই এটি উত্তর নয়।

সুতরাং উত্তরটি নিশ্চিত ভাবে $-\frac{1}{4}$ ই হবে। ($-\frac{1}{4}$ দিয়ে

প্রতিটি রাশিকে গুণ করে নিজে মিলিয়ে নিন, মিলে যাবে)

১৮. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ----- ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে?

[৩৯তম বিসিএস]

(ক) ৯তম

খ. ১০তম

গ. ১১তম

ঘ. ১২তম

উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে, প্রথম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং সাধারণ অনুপাত,

$$q = 1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ বা, } q = \sqrt{2}$$

∴ n- তম পদ = aq^{n-1}

শর্তমতে, $aq^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2})^{n-1} = 2^3 \sqrt{2}$

বা, $(\sqrt{2})^{-1} \times (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^6 \cdot \sqrt{2}$

বা, $(\sqrt{2})^{n-2} = (\sqrt{2})^7$

বা, $n - 2 = 7$ (দুপাশের ভিত্তি $\sqrt{2}$ মিলে যাওয়ায় $\sqrt{2}$ তুলে দেয়া হয়েছে) ∴ $n = 9$

আবার সূত্র ছাড়াই বুঝে বুঝে করতে চাইলে এভাবে ভাবুন: প্রথমে তিনটি রাশি দেয়াই আছে। তাই ৪র্থ রাশি থেকে গুণ করা শুরু করুন। প্রতিটি রাশির সাথে ধারাটির সাধারণ অনুপাত $\sqrt{2}$ গুণ করে বের করুন, কত নং রাশিতে গিয়ে $8\sqrt{2}$ আসে। দেখা যাবে ৯নং রাশিতে গেলে $8\sqrt{2}$ আসবে।

(সূত্র ভুলে গেলেও এই নিয়মটা সহজে ভুলে যাবেন না, এবং অংকগুলো খুব সহজই আসে)

গুণোত্তর ধারার পদগুলোর সমষ্টি বের করতে বলা হলে : গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে

ধারাটির n তম পদের সমষ্টি, $s = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

১৯. $\frac{1}{\sqrt{3}}, -1, \sqrt{3}, \dots$ ধারাটির পঞ্চম পদ কত?

[৪০তম বিসিএস]

(ক) $-\sqrt{3}$ (খ) 9

(গ) $-9\sqrt{3}$ (ঘ) $3\sqrt{3}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং

সাধারণ অনুপাত $\frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -1 \times \frac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$

∴ পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3})^4$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3 \times 3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 3$

$= 3\sqrt{3}$ (Ans)

স্মৃতি মুখে মুখে: যেহেতু ৩টা পদ দেয়াই আছে এবং চতুর্থ পদটি বাদে পঞ্চম পদটি দ্রুত বের করার জন্য
৪র্থ পদ = তৃতীয় পদ \times সাধারণ অনুপাত
 $= \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3$ পঞ্চম পদ
 $= (-3) \times (-\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$ (Ans)

২০. $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + n$ সংখ্যক পদের যোগফল হবে--- [৪৪তম বিসিএস]

(ক) 0 (খ) 1

(গ) $[1+(-1)^n]$ (ঘ) $\frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার

প্রথম পদ, $a = 1$, এবং

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{1} = -1$ [এখানে, $r < 1$]

∴ n পদের সমষ্টি = $a \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$ [যেহেতু $r < 1$]

$= 1 \times \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)} = 1 \times \frac{1 - (-1)^n}{1 + 1}$

$= \frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$ (Ans:)

২১. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি

কত? [৪৩তম বিসিএস]

(ক) $S_x = \frac{20}{3}$ (খ) $S_x = \frac{3}{20}$

(গ) $S_x = -20$ (ঘ) $S_x = 3$ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \dots$ $\frac{a}{1-r}$

প্রদত্ত সিরিজটিতে,

প্রথম পদ $a = \frac{1}{4}$ এবং

$r = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{6} \times 4 = -\frac{2}{3}$

∴ সূত্রাং অসীম পদের সমষ্টি $S_x = \frac{a}{1-r}$ [সূত্র]

$$= \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

২২. ০. ১২ + ০.০০১২ + ০.০০০০১২ + ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল- (৪১তম বিসিএস)

- (ক) $\frac{8}{৩৩}$ (খ) $\frac{8}{৯৯}$
 (গ) $\frac{১১২}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{১৪}{৯৯}$ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, প্রথম পদ $a = 0.12$ এবং

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01$$

অসীম গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে $r < 0$ হলে, ধারাটির

$$\text{যোগফল} = \frac{a}{1-r} = \frac{0.12}{1-0.01} = \frac{0.12}{0.99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

(উত্তর)

বিবিধ:

১৯. ১৯, ৩৩, ৫১, ৭৩, ———। পরবর্তী সংখ্যাটি কত? (১১তম বিসিএস)

- (ক) ৮৫ (খ) ১২১
 (গ) ৯৯ (ঘ) ৯৮ উত্তর: গ

সমাধান: $১৯ + ১৪ = ৩৩$; $৩৩ + ১৮ = ৫১$; $৫১ + ২২ = ৭৩$; $৭৩ + ২৬ = ৯৯$ ।

২০. ৮, ১১, ১৭, ২৯, ৫৩ ———। পরবর্তী সংখ্যাটি কত? (১২তম বিসিএস)

- (ক) ১০১ (খ) ১০২
 (গ) ৭৫ (ঘ) ৫৯ উত্তর: ক

সমাধান: $৮ + ৩ = ১১$

$$১১ + ৬ = ১৭$$

$$১৭ + ১২ = ২৯$$

$$২৯ + ২৪ = ৫৩$$

$$৫৩ + ৪৮ = ১০১।$$

প্রত্যেকেরে দ্বিগুণ হয়েছে
এবং যোগ হয়েছে।

২১. ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, এই সংখ্যা পরম্পরায় অষ্টম পদ কত? (২৪তম বিসিএস)

- (ক) ২১ (খ) ১৩
 (গ) ১৯ (ঘ) ১৬ উত্তর: ক

সমাধান: ধারাটিতে পূর্বপদের সাথে পর পদের যোগ করে ধারাটি তৈরি হয়েছে। $১ + ১ = ২$, $১ + ২ = ৩$, $২ + ৩ = ৫$, $৩ + ৫ = ৮$, $৫ + ৮ = ১৩$, $৮ + ১৩ = ২১$ ।

২২. লুপ্ত সংখ্যাটি কত? ৮১, ২৭, —, ৩, ১। (১১তম বিসিএস)

- (ক) ৬ (খ) ১০
 (গ) ১১ (ঘ) ১২ উত্তর: খ

সমাধান: $৮১ \div ৩ = ২৭$, $২৭ \div ৩ = ৯$, $৯ \div ৩ = ৩$, $৩ \div ৩ = ১$ । \therefore লুপ্ত সংখ্যাটি = ৯। (উত্তর)

২৩. নিচের ধারার শেষ সংখ্যা কত? (৪২তম বিসিএস)

৩, ৯, ২৭, ৮১,?

- (ক) ২৪১ (খ) ২৪৩
 (গ) ২৪৫ (ঘ) ২৪৭ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ধারাটির ৩ এর গুণীতক আকারে বৃদ্ধি পেয়েছে। সে অনুযায়ী উত্তর হবে $৮১ \times ৩ = ২৪৩$ । (উত্তর)

২৪. ৩৬, ৮১, ১৪৪, এর পরবর্তী সংখ্যা কত? (২৪তম বিসিএস)

- (ক) ১৬৯ (খ) ২২৫
 (গ) ২৫৬ (ঘ) ২৭২ উত্তর: খ

সমাধান: $৩^২$, $৬^২$, $৯^২$, $১২^২$, $১৫^২$ এভাবে দেয়া হয়েছে। অতএব শূন্যস্থানে পরবর্তী সংখ্যা হবে $১৫^২ = ২২৫$ ।

২৫. ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ধারার ১০ম পদটি কত? (৩৩তম বিসিএস)

- (ক) ৩৪ (খ) ৫৫
 (গ) ৪৮ (ঘ) ৬৪ উত্তর: খ

সমাধান: তয়া পদ: $২ = ১ + ১$

৪র্থ পদ: $৩ = ২ + ১$

৫ম পদ: $৫ = ৩ + ২$

৮ম পদ: $২১ = ১৩ + ৮$

৯ম পদ: $৩৪ = ২১ + ১৩$

১০ম পদ: $৩৪ + ২১ = ৫৫$

২৬. ১, ৩, ৬, ১০, ১৫, ২১, ধারাটির দশম পদ- (৩২তম বিসিএস)

- (ক) ৪৫ (খ) ৫৫
 (গ) ৬২ (ঘ) ৬৫ উত্তর: খ

সমাধান: $১ + ২ = ৩$; $৩ + ৩ = ৬$

$$৬ + ৪ = ১০$$

$$১০ + ৫ = ১৫$$

$$১৫ + ৬ = ২১$$

$$২১ + ৮ = ৩৬$$

$$৩৬ + ৯ = ৪৫$$

$$৪৫ + ১০ = ৫৫$$

২৭. প্রশ্নবোধক স্থানের সংখ্যাটি কত হবে? (৩৫তম বিসিএস)

- $২\sqrt{৯}$ $৪\sqrt{২৫}$?
 (ক) ৬ (খ) ৮
 (গ) ৩ (ঘ) ৫ উত্তর: ক

সমাধান: $২ \rightarrow ২$; $\sqrt{৯} \rightarrow ৩$;

$$৪ \rightarrow ৪$$

$$\sqrt{২৫} \rightarrow ৫$$

$$৬ \rightarrow ৬$$

সেট ও ভেনচিত্র

১. সেট $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8, x^3 < 30\}$ হলে x এর সঠিক মান কোনটি? [৩২তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: খ
সমাধান:

$x^2 > 8$, যার অর্থ একটি সংখ্যার বর্গ ৮ এর থেকে বড়।
আবার $x^3 < 30$ এর অর্থ ঐ একই সংখ্যাটির ঘন ৩০ এর থেকে ছোট।

এখন প্রশ্নের অপশন গুলো নিয়ে সমাধান করার চেষ্টা করুন:

$$2^2 = 4 < 8; \text{ এবং } 2^3 = 27 < 30 \text{ ভুল।}$$

$$\text{আবার, } 4^2 = 16 > 8;$$

$$\text{এবং } 4^3 = 64 > 30 \text{ ভুল।}$$

$$\text{কিন্তু } 3^2 = 9 > 8 \text{ কিন্তু } 3^3 = 27 < 30 \text{ সঠিক।}$$

∴ সঠিক উত্তর 3

কিছু গুরুত্বপূর্ণ চিহ্ন: সেটের প্রশ্নগুলোর সমাধান করার জন্য যাদের ব্যবহার জানা জরুরী।

$$\text{যেমন: } A = \{1, 2, 3, 4\}$$

এখানে A সেটের উপাদানগুলো হলো 1, 2, 3, 4

\cup = Union (সংযোগ সেট): দুই সেটের মধ্যে এই চিহ্ন থাকলে মিল এবং অমিল সব উপাদান নিতে হবে।

\cap = Intersection (ছেদ সেট): দুই সেটের মধ্যে এই চিহ্ন থাকলে শুধু মিল গুলো নিতে হবে।

$[-]$ = Subtraction (বিয়োগ): দুই সেটের মধ্যে এই চিহ্ন থাকলে যেগুলো মিলে যাবে সেগুলো বাদ দিয়ে প্রথম সেটের অবশিষ্ট উপাদান গুলো রাখতে হবে।

\subseteq = Subset (উপসেট)

\in = belongs to (ভিতরে থাকে)

"∴" = such that (যেন)

উপসেট: যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদান B সেটের উপাদান হয়, তবে A কে B এর উপসেট বলে। একে $A \subset B$ প্রতীকে লেখা হয়, $A \subset B$ কে পড়া হয় A , B এর উপসেট হচ্ছে A । উদাহরণস্বরূপ: $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ হলে, $A \subset B$, B এর একটি উপসেট।

(একটি সেটের ভিতরে যতগুলো উপাদান থাকে উহাদের দ্বারা পৃথক পৃথক ভাবে গঠিত সেটগুলোকে উপসেট বলে।)

২. যদি $A = \{x : x \text{ হলো } 5, 7 \text{ দ্বারা বিভাজ্য এবং } x < 150\}$ হয় তবে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত? [৪৬তম বিসিএস]

- (ক) 8 (খ) 12
(গ) 14 (ঘ) 16 উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } A = \{35, 70, 105, 140\}$$

$$P(A) = 2^n = 2^4 = 16 \text{ (উত্তর)}$$

৩. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 8\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ বিজোড় এবং } x \leq 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত? [৪৩তম বিসিএস]

- (ক) $\{3, 5, 8\}$ (খ) $\{4, 5, 7\}$
(গ) $\{3, 4, 5\}$ (ঘ) $\{3, 5, 7\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

যেহেতু $x \in \mathbb{N}$ অর্থ x হচ্ছে পূর্ণ সংখ্যা

$$\text{সুতরাং } \{2 < x \leq 8\}$$

শর্তমতে, $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ এবং $x \leq 9$

শর্তমতে, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ∴ $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{3, 5, 7\}$
(উত্তর)

৪. $A = \{x \mid x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা } x^2 < 25\}$
 $B = \{x \mid x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$
 $C = \{x \mid x \text{ মৌলিক পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 = 25\}$ হলে
 $A \cap B \cap C = ?$ [৩৭তম বিসিএস]

- (ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{2, 3, 4\}$
(গ) $\{2, 3, 4, 5\}$ (ঘ) ϕ উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } A = \{x \mid x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা } x^2 < 25\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ মৌলিক পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 = 25\}$$

$$C = \{5\}$$

$$\therefore A \cap B \cap C = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 3\} \cap \{5\} = \phi \text{ (উত্তর)}$$

৫. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x - 14 = 0\}$ হলে, $A = ?$ [৪৭তম বিসিএস]

- (ক) $\{6, 1\}$ (খ) $\{-2, 7\}$
(গ) $\{2, 7\}$ (ঘ) $\{7\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

দেয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x - 14 = 0\}$
এখানে \mathbb{N} হলো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।
 $\therefore x^2 - 5x - 14 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 7x + 2x - 14 = 0$
 $\Rightarrow x(x - 7) + 2(x - 7) = 0$
 $\Rightarrow (x - 7)(x + 2) = 0$
হয়, $x - 7 = 0 \therefore x = 7$ অথবা $x + 2 = 0 \therefore x = -2$.

কিন্তু $x = -2$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ বলা হয়েছে $x \in \mathbb{N}$ অর্থাৎ x এর মান স্বাভাবিক সংখ্যা হতে হবে। কিন্তু -2 স্বাভাবিক সংখ্যা নয়। সুতরাং $x = 7 \therefore A = \{7\}$
(Ans.)

৬. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \phi$ হলে $A \cup B =$ কত? [৩৪তম বিসিএস]
(ক) $\{1, 2, 3\}$ (খ) $\{1, 3, 5\}$
(গ) $\{1, 4, 5\}$ (ঘ) $\{2, 3, 4\}$ উত্তর: ক
সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \phi$
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{\phi\} = \{1, 2, 3\}$

৭. $C = \{x : x \text{ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে- [৩৯তম বিসিএস]
(ক) $\{1, 2, 3, 5\}$ (খ) $\{1, 3, 5, 7\}$
(গ) $\{2, 4, 6, 8\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 4\}$ উত্তর: ঋ
সমাধান: $x = -1, -2, -3, -4$ হলে,
এখানে, $(-1)^2 < 18$, $(-2)^2 < 18$, $(-3)^2 < 18$
 $(-4)^2 < 18 \therefore C = \{-1, -2, -3, -4\}$ (উত্তর)

৮. যদি সেট $A = \{5, 15, 20, 30\}$ এবং $B = \{3, 5, 15, 18, 20\}$ হয় তবে নিচের কোনটি $A \cap B$ নির্দেশ করবে? [৩৩তম বিসিএস]
(ক) $5, 15, 20$ (খ) $\{10, 15, 20\}$
(গ) $\{10, 12, 15\}$ (ঘ) $\{12, 15, 20\}$ উত্তর: ক
সমাধান: (৩ধু মিল গুলো নিতে হবে)
 $A \cap B$
 $= \{5, 15, 20, 30\} \cap \{3, 5, 15, 18, 20\}$
 $= \{5, 15, 20\}$

৯. উপসেট নির্ণয়ের পদ্ধতি:

সূত্র: 2^n এখানে n হলো উপাদান সংখ্যা। অর্থাৎ যতগুলো উপাদান থাকে ২ এর উপর বসে। যেমন: একটি সেটের উপাদান সংখ্যা ২ হলে তার উপসেট হবে $2^2 = 4$, আবার ৩টি উপাদান হলে উপসেট হবে $2^3 = 8$ টি।

৯. $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 5\}$ হলে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত? [৩৬তম বিসিএস]

(ক) ৪ (খ) ৭
(গ) ৬ (ঘ) ৩ উত্তর: ক
সমাধান:

যেহেতু x একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 5$ অর্থাৎ x এর মান হল ২ এর সমান অথবা ৫ এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা সুতরাং $x = \{2, 3, 5\} \therefore nP(A)$ বা, $P(A)$ সেটের সদস্য সংখ্যা $= 2^3 = 8$ (যে কোন সেটের সদস্য সংখ্যাকে ২ এর উপর পাওয়ার হিসেবে লিখলে তার উপসেট সংখ্যা বের হবে।)

১০. $A = \{x : x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান কয়টি? [৩৮তম বিসিএস]

(ক) 128 (খ) 32
(গ) 64 (ঘ) 256 উত্তর: খ
সমাধান: দেয়া আছে,

$A = \{x : x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$
আমরা জানি,

Fibonacci সংখ্যা 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 15, ...

[পর পর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান (উৎস: অষ্টম শ্রেণীর গণিত বই)]

আবার বলা হয়েছে $x^2 < 64$ অর্থাৎ x এর মান এমন সংখ্যা হবে যাতে তার বর্গ ৬৪ এর থেকে ছোট হয়।

সুতরাং $A = \{0, 1, 1, 2, 3, 5\}$ যেহেতু $x = 8$ হলে, $x^2 < 64$ [শর্ত প্রযোজ্য নয়]

আবার সেটের মধ্যে একই উপাদান দুবার নেয়া যায়না। তাই $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ নিতে হবে।

$P(A)$ সেটের সদস্য সংখ্যা $= 2^5$

আমরা জানি, উপসেট বের করার নিয়ম হলো $P(A) = 2^n$ এখানে $n = 5 \therefore$ উপসেট সংখ্যা $= 2^5 = 32$.

১১. A এবং B দুটি ঘটনা যেন, $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(A \cup B) =$

$\frac{3}{4}$ এবং $P(B^c) = \frac{5}{8}$ । $P(A^c \cap B^c) =$ কত?

[৪৩তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$ উত্তর: গ

এখন, গ্রাজুয়েট ৬০ জনের ৫০% = ৩০ জন।

তাহলে, পোস্ট গ্রাজুয়েট = ৬০-৩০ = ৩০ জন।

এখন, এই ৩০ জন বা ৩০% পোস্ট গ্রাজুয়েট = ১৮০ জন
হলে শুধু গ্রাজুয়েট ৩০% = ১৮০ জনই হবে।

উত্তর: ১৮০ জন।

অনুশীলন করুন:

০১. n উপাদানবিশিষ্ট একটি প্রদত্ত সেটের উপসেটের সংখ্যা কত হবে?

(ক) $n(n+1)$ (খ) n^2

(গ) 2^{n-1} (ঘ) 2^n

উত্তর: ঘ

০২. $A = \{2, e\}$ হলে $P(A)$ কোনটি?

(ক) $\{\{2\}, \{e\}\}$

(খ) $\{\{2\}, \{e\}, \{2, e\}\}$

(গ) $\{0\}$

(ঘ) $\{\{e\}, \{2\}, \{2, e\}, \{\emptyset\}\}$

উত্তর: ঘ

০৩. $A \equiv \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা কত?

(ক) 4 (খ) 8

(গ) 12 (ঘ) 16

উত্তর: ঘ

০৪. $S = \{x \in \mathbb{N} : 23 < x < 29\}$ এবং x মৌলিক সংখ্যা।

(ক) $S = \{24\}$ (খ) $S = \{25\}$

(গ) $S = \{26\}$

(ঘ) $S = \{\emptyset\}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: ২৩ এর চেয়ে বড় এবং ২৯ এর চেয়ে ছোট কোনো মৌলিক সংখ্যা না থাকায় উত্তর: $S = \emptyset$.

০৫. সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ হলে $A' \cup B'$ কত হবে?

(ক) $\{1, 2, 3\}$ (খ) $\{2, 3, 4\}$

(গ) $\{3, 4, 5\}$ (ঘ) $\{2, 3, 4, 5\}$

উত্তর: ঘ

০৬. $A = \{-1, 1, 2\}$ এবং $B = \emptyset$ হলে, $A \cup B$ এর মান হবে-

(ক) $\{-1, 2\}$ (খ) \emptyset

(গ) $\{-1, 1, 2\}$ (ঘ) $\{-1, \emptyset\}$

উত্তর: গ

০৭. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবশিষ্ট থাকে, তাদের সেট নির্ণয় কর।

(ক) $\{1\}$ (খ) $\{3\}$

(গ) $\{\emptyset\}$ (ঘ) $\{2\}$

উত্তর: গ

০৮. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 7\}$ হলে $A \cap B =$ কত?

(ক) $\{2, 4\}$

(খ) $\{3, 4\}$

(গ) $\{2, 3\}$

(ঘ) $\{4, 5\}$

উত্তর: গ

০৯. কোন শ্রেণীর ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০ জন ফুটবল এবং ১৫ জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুটি খেলাই পছন্দ করে এরকম শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১০ জন। দুটি খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? [৯ম-১০ম সেট, অসু: ২.১ এর ১১]

(ক) ৫

(খ) ৮

(গ) ১০

(ঘ) ১৫

উত্তর: ক

১০. একটি ক্লাসে ৩০ জন ছাত্র আছে। তাদের মধ্যে ১৮ জন ফুটবল খেলে, ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৫ জন কিছুই খেলে না। কতজন উভয়টিই খেলে? [প্রাক-প্রথমিক সন, সি.সি. পরীক্ষা/অসসস-২০১৪]

(ক) ৩ জন

(খ) ৫ জন

(গ) ৭ জন

(ঘ) ১০ জন

উত্তর: গ

১১. কোনো পরীক্ষায় ৫২% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৪২% পরীক্ষার্থী গণিতে ফেল করল। যদি উভয় বিষয়ে ১৭% ফেল করে থেকে, তবে কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করেছে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সনকটি শিক্ষক (স্বাক্ষরযোগ্য) - ২০১১] + [প্রাক-প্রথমিক সন/সি.সি. পরীক্ষা - ২০১৮ (সেট-৭১৪২)]

(ক) ২৪ জন

(খ) ২৫ জন

(গ) ২৬ জন

(ঘ) ২৩ জন

উত্তর: ঘ

১২. একটি স্কুলে ৬০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে প্রত্যেকে হয় ইংরেজি বা বাংলা অথবা উভয় বিষয় নিয়েছিল। যদি ৭৫% ইংরেজি এবং ৪৫% বাংলা নেয়, তবে কতজন উভয় বিষয় নিয়েছিল?

(ক) ২০০

(খ) ৬০

(গ) ৮০

(ঘ) ১২০

উত্তর: ঘ

বিন্যাস-সমাবেশ

বিন্যাস কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে বিন্যাস করা বা সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে। উদাহরণ: মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায়। ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

০১. CONIC শব্দটির অক্ষরগুলো নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা কত? [৪৬তম বিসিএস]

(ক) 24 (খ) 40
(গ) 60 (ঘ) 120 উত্তর: গ
সমাধান: CONIC শব্দটি মোট ৫টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে ২টি বর্ণ একই। সুতরাং CONIC শব্দটির অক্ষরগুলো নিয়ে বিন্যাস = $\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$
(উত্তর)

০২. CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [৩৭তম বিসিএস]

(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5 উত্তর: ক
সমাধান:
AMERICA শব্দটিতে ৭ টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে ২টি A রয়েছে।

সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $\frac{7!}{2!}$
 $= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = \frac{5040}{2} = 2520$ ।

আবার CALCUTTA শব্দটিতে ৮ টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে A, C ও T ২টি করে বিদ্যমান।

সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2!}$
 $= \frac{8 \times 7!}{2 \times 2 \times 2} = 5040$

সুতরাং AMERICA শব্দটির বিন্যাস থেকে CALCUTTA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা $5040 \div 2520 = 2$ গুণ বেশি।

এভাবে ভাবলে ভুল হবে, তাই সাবধান:

গুণ 5 আর 5! এক না। তেমন $2 \times 5 = 10$ হলেও $2! \times 5! = 10!$ লেখা যাবে না। আগে মান বসিয়ে তারপর গুণ করতে হবে। যেমন: $2! \times 5! = 2 \times 120 = 240$ কিন্তু $10! = 3628800$

বিন্যাসের সূত্র:

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যপছা বের করার সূত্র হলো:

$$\text{Formula: } {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ Here } n \geq r$$

এখানে, n = মোট উপাদান, r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টোরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখুন

$$0! = 1, \quad 1! = 1, \quad 2! = 2, \quad 3! = 6,$$

$$4! = 24, \quad 5! = 120, \quad 6! = 720, \quad 7! = 5040$$

০৩. 0, 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলি দ্বারা কতগুলি পাঁচ অঙ্কের অর্ধপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যাবে? [৪৫তম বিসিএস]

(ক) 96 (খ) 120
(গ) 24 (ঘ) 144 উত্তর: ক
সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

0, 1, 2, 3, 4 = মোট সংখ্যা = 5টি নিতেও হবে 5টি

$$\therefore \text{সর্বমোট বিন্যাস} = {}^5 P_5 = 5! = 120 \text{ টি}$$

প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = $120 \div 5 = 24$ টি

সুতরাং 0 দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 24 টি।

$$\therefore 0 \text{ বাদে } 5 \text{ অঙ্কবিশিষ্ট অর্ধপূর্ণ সংখ্যা} = 120 - 24 = 96 \text{ টি}$$

অথবা, 0 বাদে অন্য ৪টি সংখ্যা দিয়ে মোট বিন্যাস = $4 \times 24 = 96$ ।

শর্টকাট :

4	× 4	× 3	× 2	× 1	96টি
---	-----	-----	-----	-----	------

সংখ্যা ৫টি তাহলে প্রথমে ৪ কেনো? পর পর ২টা ৪ কেনো?

৫টি সংখ্যার মধ্যে ০ বাদ দিয়ে অন্য ৪টি সংখ্যার যে কোন ১টি প্রথমে বসানো হয়েছে। এরপর ঐ সংখ্যাটি বাদে ০ সহ অবশিষ্ট ৪টি সংখ্যা পরের ৪টি ঘরে বসেছে।

$$\therefore \text{Super Shotcut: } 4 \times 4! = 4 \times 24 = 96 \text{ টি।}$$

২২ সমাবেশ কী ?

সমাবেশ হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কিছু উপাদান নিয়ে এক একটি দল গঠন করা। এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও দলের সংখ্যা একই থাকবে।

$$\text{সমাবেশের সূত্র : } {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ (বিন্যাসের}$$

সূত্রের মতই অতিরিক্ত হিসেবে হরের সাথে $r!$ গুণ করতে হবে।

২২(বিন্যাস ও সমাবেশের পার্থক্য)

সমাবেশের ক্ষেত্রে Order (ধারাবাহিকতা) গুরুত্বপূর্ণ নয়। কিন্তু বিন্যাসের ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ এবং Order এর পরিবর্তন হলে সংখ্যারও পরিবর্তন হবে।

০৪. ${}^n C_{12} = {}^n C_6$ হলে n এর মান কত? [৩৯তম বিসিএস]

- (ক) 12 (খ) 14
(গ) 16 (ঘ) 18 উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } {}^n C_{12} = {}^n C_6 \therefore n = 12 + 6 = 18$$

[$\therefore {}^n C_x = {}^n C_y$ হলে $x = y$ অথবা $x + y = n$ হবে।] ♦

করমর্দন ও খেলার সংখ্যা:

০১. একটি সভায় ১৫ জন লোক রয়েছে এবং তারা সকলেই সভা শেষে একে অপরের সাথে করমর্দন করে। মোট কতটি করমর্দন হবে? [৪৩তম বিসিএস]

- (ক) ২১০ (খ) ১০৫
(গ) ২২৫ (ঘ) ১৯৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রত্যেক বার করমর্দন বা কোলাকুলি করার সময় মোট ২ জন লোকের প্রয়োজন।

$$\text{তাই এক্ষেত্রে সূত্রটি হবে } {}^n C_2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$$

$$\text{সমাধান: } {}^{15} C_2 = \frac{15!}{2! \times (15-2)!} = \frac{15!}{2! \times 13!}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13!}{2! \times 13!} = \frac{15 \times 14}{2} = 105 \text{ (উত্তর)}$$

০২. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? [৪৩তম বিসিএস]

- (ক) ২৪ (খ) ২৫
(গ) ৩০ (ঘ) ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, ${}^n C_2 = 300$

$$\Rightarrow {}^n C_2 = 300 \text{ [করমর্দন করতে ২ জন লাগে তাই } r=2]$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 600 \Rightarrow n^2 - n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 25n + 24n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-25) + 24(n-25) = 0$$

$$\Rightarrow (n-25)(n+24) = 0$$

$$\therefore n = 25 \text{ অথবা } n = -24$$

যেহেতু লোকের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই অনুষ্ঠানে উপস্থিত লোকের সংখ্যা = ২৫ জন। (উত্তর:)

শর্তিকাট: মুখে মুখে করার জন্য, যেহেতু পরপর দুটি সংখ্যা গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে করমর্দনের সংখ্যা বের হয় তাই এখানে ৩০০ কে ২ দিয়ে গুণ করলে ৬০০ বের হবে। এরপর ৬০০ কে ভাগলে ২৫×২৪ হয়। সুতরাং উপস্থিত লোকের সংখ্যা হবে ২৫ জন। উত্তর: ২৫ জন।

২২ কমিটি বা দল গঠন:

কোন বিভিন্ন কমিটি গঠনের অংকগুলো সমাবেশের সূত্রানুযায়ী করতে হয়?

একটি কমিটিতে ৩ জন সদস্য থাকার অর্থ ৩ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি। এখন যেভাবেই যাকেই আগে অথবা পরে দিন, কমিটি একই থাকবে, অর্থাৎ এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন হলেও কমিটি একই থাকবে তাই এই প্রশ্নগুলো সমাবেশের সূত্র অনুযায়ী করতে হয়।

০৩. ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? [৪১তম বিসিএস]

- (ক) 10 (খ) 15
(গ) 25 (ঘ) 30 উত্তর: ঘ

সমাধান:

৫ জন পুরুষ থেকে ১ জন পুরুষ বাছাই করার উপায় = ${}^5 C_1$

আবার ৪ জন মহিলা থেকে ২ জন মহিলা বাছাই করার উপায় = ${}^4 C_2$

$$\therefore \text{সর্বমোট কমিটি গঠনের সংখ্যা} = {}^5 C_1 \times {}^4 C_2 = 5 \times 6 = 30$$

০৪. ৪ জন মহিলা ও ৬ জন পুরুষের মধ্য থেকে ৪ সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে ১ জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [৩৮তম বিসিএস]

২২ সমাবেশ কী ?

সমাবেশ হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কিছু উপাদান নিয়ে এক একটি দল গঠন করা। এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও দলের সংখ্যা একই থাকবে।

$$\text{সমাবেশের সূত্র : } {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ (বিন্যাসের}$$

সূত্রের মতই অতিরিক্ত হিসেবে হরের সাথে $r!$ গুণ করতে হবে।

২২ (বিন্যাস ও সমাবেশের পার্থক্য)

সমাবেশের ক্ষেত্রে Order (ধারাবাহিকতা) গুরুত্বপূর্ণ নয়। কিন্তু বিন্যাসের ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ এবং Order এর পরিবর্তন হলে সংখ্যারও পরিবর্তন হবে।

০৪. ${}^n C_{12} = {}^n C_6$ হলে n এর মান কত? [৩৯তম বিসিএস]

- (ক) 12 (খ) 14
(গ) 16 (ঘ) 18 উত্তর: ঘ

$$\text{সমাধান: } {}^n C_{12} = {}^n C_6 \therefore n = 12 + 6 = 18$$

[$\therefore {}^n C_x = {}^n C_y$ হলে $x = y$ অথবা $x + y = n$ হবে।] ♦

করমর্দন ও খেলার সংখ্যা:

০১. একটি সভায় ১৫ জন লোক রয়েছে এবং তারা সকলেই সভা শেষে একে অপরের সাথে করমর্দন করে। মোট কতটি করমর্দন হবে? [৪৬তম বিসিএস]

- (ক) ২১০ (খ) ১০৫
(গ) ২২৫ (ঘ) ১৯৬ উত্তর: খ

সমাধান: প্রত্যেক বার করমর্দন বা কোলাকুলি করার সময় মোট ২ জন লোকের প্রয়োজন।

$$\text{তাই এক্ষেত্রে সূত্রটি হবে } {}^n C_2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$\text{সমাধান: } {}^{15} C_2 = \frac{15!}{2! \times (15-2)!} = \frac{15!}{2! \times 13!}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13!}{2! \times 13!} = \frac{15 \times 14}{2} = 105 \text{ (উত্তর)}$$

০২. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? [৪৩তম বিসিএস]

- (ক) ২৪ (খ) ২৫
(গ) ৩০ (ঘ) ৬০ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, ${}^n C_2 = 300$

$$\Rightarrow {}^n C_2 = 300 \text{ [করমর্দন করতে ২ জন লাগে তাই } r=2]$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 600 \Rightarrow n^2 - n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 25n + 24n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-25) + 24(n-25) = 0$$

$$\Rightarrow (n-25)(n+24) = 0$$

$$\therefore n = 25 \text{ অথবা } n = -24$$

যেহেতু লোকের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই অনুষ্ঠানে উপস্থিত লোকের সংখ্যা = ২৫ জন। (উত্তর:)

শর্তিকাট: মুখে মুখে করার জন্য, যেহেতু পরপর দুটি সংখ্যা গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে করমর্দনের সংখ্যা বের হয় তাই এখানে ৩০০ কে ২ দিয়ে গুণ করলে ৬০০ বের হবে। এরপর ৬০০ কে ভাগলে ২৫×২৪ হয়। সুতরাং উপস্থিত লোকের সংখ্যা হবে ২৫ জন। উত্তর: ২৫ জন।

২২ কমিটি বা দল গঠন:

কোন বিভিন্ন কমিটি গঠনের অংকগুলো সমাবেশের সূত্রানুযায়ী করতে হয়?

একটি কমিটিতে ৩ জন সদস্য থাকার অর্থ ৩ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি। এখন যেভাবেই যাকেই আগে অথবা পরে দিন, কমিটি একই থাকবে, অর্থাৎ এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন হলেও কমিটি একই থাকবে তাই এই প্রশ্নগুলো সমাবেশের সূত্র অনুযায়ী করতে হয়।

০৩. ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? [৪১তম বিসিএস]

- (ক) 10 (খ) 15
(গ) 25 (ঘ) 30 উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$5 \text{ জন পুরুষ থেকে } 1 \text{ জন পুরুষ বাছাই করার উপায়} = {}^5 C_1$$

$$\text{আবার } 4 \text{ জন মহিলা থেকে } 2 \text{ জন মহিলা বাছাই করার উপায়} = {}^4 C_2$$

$$\therefore \text{সর্বমোট কমিটি গঠনের সংখ্যা} = {}^5 C_1 \times {}^4 C_2 = 5 \times 6 = 30$$

০৪. ৪ জন মহিলা ও ৬ জন পুরুষের মধ্য থেকে ৪ সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে ১ জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [৩৬তম বিসিএস]

(ক) 210 (খ) 304
(গ) 84 (ঘ) 120 উত্তর: গ
সমাধান: মোট সদস্য = 4+6 = 10 জন। এখন 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ বাদ দিয়ে 10-1 = 9 জন থেকে নিতে হবে 4-1 = 3 জন। 9 জন থেকে 3 জন নেয়ার উপায় হল
$${}^9C_3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 84$$

[শর্টকাট: $\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ (নিচে 3 থাকায় উপরে 9 থেকে শুরু করে 3টি উপাদান এবং নিচে 3! এর মান বসাতে হবে)]

◆ **Confusion Clear:** এখানে পুরুষ মহিলা থাকায় অনেকে কয়জন পুরুষ কয়জন মহিলা নিতে হবে তা নিয়ে কনফিউশনে থাকতে পারেন। কিন্তু প্রশ্নটিতে উপকমিটি গঠন করার সময় কতজন পুরুষ বা মহিলা নিতে হবে তা নির্দিষ্ট করে বলা না থাকায় পুরুষ মহিলা যে কাউকে যতজন খুশি নেয়া যাবে। (ওরকম অন্য আরো প্রশ্ন আছে কিন্তু এটা না)

কখন গুণ (×) আর কখন যোগ (+) হয় ?

❖ যখন একটির সাথে অন্যটি নির্ভরশীল থাকে তখন গুণ করতে হবে। (প্রশ্নে “এবং” থাকলে ‘গুণ’)
যেমন: মোট ৫জন পুরুষ এবং ৪ জন মহিলা থেকে ৫জন সদস্য নিয়ে একটি কলেজের কমিটি গঠন করতে হবে যেখানে ২ জন মহিলা থাকবে।

এখানে শুধু মহিলা বা শুধু পুরুষ নিয়ে কমিটি হবে না বরং পুরুষ ও মহিলা উভয়ে মিলে কমিটি হবে। অর্থাৎ একটার সাথে আরেকটা নির্ভরশীল। তাই এক্ষেত্রে গুণ করতে হবে
 $({}^5C_3 \times {}^4C_2) = 10 \times 6 = 60$

❖ কিন্তু একটির উপর আরেকটি নির্ভরশীল না হলে যোগ করতে হবে। (প্রশ্নে “অথবা” থাকলে ‘যোগ’)
যেমন: একটি কলেজের কমিটি তৈরী করার উপায় আছে ২০টি আরেকটি ভিন্ন কলেজের কমিটি তৈরী করার উপায় আছে ১০টি। এখানে একটি কলেজের সাথে অন্য কলেজের কমিটির কোন নির্ভরশীলতা নেই তাই এক্ষেত্রে মোট কমিটি সংখ্যা হবে 20 + 10 = 30টি।

◆ নির্দিষ্ট কোন ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে কোন দল, কমিটি বা কোন কিছু সাজাতে বলা হলে:

০৫. 20 সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কতভাবে নির্বাচন করা যাবে? [২৩তম বিসিএস]

(ক) ২০ (খ) ১৯০
(গ) ৩৮০ (ঘ) ৭৬০ উত্তর: খ
সমাধান: অধিনায়ক নির্বাচন করা যাবে ২০ ভাবে এবং সহ-অধিনায়ক নির্বাচন করা যাবে ১৯ ভাবে

∴ দুইজনকে নির্বাচন করা যাবে = $\frac{20 \times 19}{2}$
= ১৯০ ভাবে (উত্তর)

০৬. 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে? [৩৫তম বিসিএস]

(ক) 728 (খ) 286
(গ) 364 (ঘ) 1001 উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু অধিনায়ককে বাদ দেয়া যাবে না, তাই অধিনায়ক সবসময় ফিক্সড বা নির্দিষ্ট, এজন্য তাকে আলাদা করে রাখতে হবে।। বাকী ১৩ জনের মধ্য থেকে ১০ জন বাছাই করতে হবে।

একজনকে অধিনায়ক হিসেবে বাছাই করার পর, অবশিষ্ট (14 - 1) বা 13 জন হতে (11 - 1) বা 10 জনকে বাছাই করে

11 জনের দল গঠনের উপায় = ${}^{13}C_{10}$
= $\frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 286$

০৭. 12 টি পুস্তক থেকে 5 টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অর্ন্তভুক্ত থাকবে? [৩৬তম বিসিএস]

(ক) 252 (খ) 792
(গ) 224 (ঘ) 120 উত্তর: ঘ

সমাধান: 12 টির মধ্যে যে 5টি নিতে হবে তার মধ্যে 2টি পুস্তক যেহেতু নির্দিষ্ট থাকবে তাই প্রথমেই 2টি পুস্তক আলাদা করে বাকী 10টি পুস্তক থেকে 3টি পুস্তক বাছাই করতে হবে।

10 টি পুস্তক থেকে 3টি বাছাই করার পদ্ধতি হলো

${}^{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 7!} = 120$

০৮. 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? [৩৭তম বিসিএস]

- (ক) 170 (খ) 182
(গ) 190 (ঘ) 192 উত্তর: খ

সমাধান: 10টি জিনিসের মধ্যে যে দুটি জিনিস একই রকম তাদেরকে একটি ধরে মোট 9টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে 5টি জিনিস বাছাই করা যায়

$${}^9C_5 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4!}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{24} = 126$$

আবার যখন একজাতীয় জিনিস দুটি সহ বাছাই করা হবে তখন প্রথমে 2 টি একজাতীয় জিনিস থেকে 2টি বাছাই করে বাকী 3টি জিনিস ভিন্ন 8টি জিনিস থেকে নিতে হবে।

$$\text{এবার বাছাই করা যায় } {}^2C_2 \times {}^8C_3$$

$$= \frac{2!}{2!(2-2)!} \times \frac{8!}{3!(8-3)!}$$

$$= \frac{2!}{2! \times 0!} \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{6 \times 5!} = 1 \times 56 = 56$$

সুতরাং মোট বাছাই করা যাবে $126 + 56 = 182$ ভাবে।

☛ **Shortcut:** এক লাইনে, ${}^9C_5 + {}^2C_2 \times {}^8C_3 = 182$ (কারণ ১০টির মধ্যে ৯টি ভিন্ন এবং দুটি অভিন্ন এবং বাছাই করতে হবে ৫টি) [আবার কেন যোগ কেন গুণ তা উপরে দেয়া আছে]

০৯. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? [৪৩তম বিসিএস]

- (ক) ২৪ (খ) ২৫
(গ) ৩০ (ঘ) ৬০ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, ${}^nC_r = 300$
 $\Rightarrow {}^nC_2 = 300$ [করমর্দন করতে ২ জন লাগে তাই $r = 2$]

$$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 300$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 600 \Rightarrow n^2 - n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 25n + 24n - 600 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-25) + 24(n-25) = 0$$

$$\Rightarrow (n-25)(n+24) = 0$$

$$\therefore n = 25 \text{ অথবা } n = -24$$

যেহেতু লোকের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই অনুষ্ঠানে উপস্থিত লোকের সংখ্যা = ২৫ জন। (উত্তর)

শর্টকাট: মুখে মুখে করার জন্য, যেহেতু পরপর দুটি সংখ্যা গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে করমর্দনের সংখ্যা বের হয় তাই এখানে ৩০০ কে ২ দিয়ে গুণ করলে ৬০০ বের হবে। এরপর ৬০০ কে ভাগলে 25×24 হয়। সুতরাং উপস্থিত লোকের সংখ্যা হবে ২৫ জন। উত্তর: ২৫ জন।

অনুশীলন করুন:

০১. ৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলো থেকে ৩ অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে? [গণিতিক সম: পি.সি. পরীক্ষা-২০১১ (৪র্থ পর্ব) স্টে: (০১২৪)]

- (ক) ২৬ (খ) ২৮
(গ) ২২ (ঘ) ২৪ উত্তর: ঘ

০২. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা CANADA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কতগুণ?

- (ক) 20 (খ) 30
(গ) 40 (ঘ) 21 উত্তর: ঘ

০৩. সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে Committee শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়?

- (ক) 45360 (খ) 45365
(গ) 45965 (ঘ) 2562 উত্তর: ক

০৪. ১০ জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?

- (ক) ৩৮ (খ) ৪০
(গ) ৪২ (ঘ) ৪৫ উত্তর: ঘ

০৫. 20 সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল হতে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কতভাবে নির্বাচন করা যাবে?

- (ক) 760 (খ) 380
(গ) 190 (ঘ) 270 উত্তর: গ

সম্ভাব্যতা

০১. $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে, P

$\left(\frac{B}{A}\right) =$ কত? [৪২তম বিসিএস]

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$ উত্তর: খ

সমাধান:

A ও B স্বাধীন ঘটনা।

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{2 \times 3}{9} = \frac{2}{3}$$

০২. একটি থলিতে 5টি নীল, 10 টি সাদা, 20 টি কালো বল আছে। দৈব চয়নের মাধ্যমে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৪৬তম বিসিএস]

(ক) $\frac{3}{10}$ (খ) $\frac{5}{7}$
(গ) $\frac{7}{5}$ (ঘ) $\frac{7}{10}$ উত্তর: খ

সমাধান: থলিতে মোট বল রয়েছে = 35টি।

সাদা ব্যতীত অন্য বলের সংখ্যা = 35-10 = 25টি।

\therefore দৈব চয়নের মাধ্যমে একটি বল তুললে সেটি সাদা না

$$\text{হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7} \text{ (উত্তর)}$$

০৩. একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত? [৩৭-তম বিসিএস]

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$ উত্তর: ক

সমাধান: মোট বলের সংখ্যা 6+8+10 = 28টি। তাই দৈবভাবে বল নিলে মোট ফলাফল হবার ঘটনাও 28টি। এখন সাদা বল না হওয়ার ঘটনা হবে 6+10 = 16বার

(কারণ 16 বার নীল ও কালো বল উঠতে পারে) তাহলে

$$\text{উত্তর} \frac{16}{28} = \frac{2}{3}$$

০৪. 29 থেকে 38 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছেমত বেছে, নিলে সেটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৪৫তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{3}{10}$ (ঘ) $\frac{7}{10}$ উত্তর: গ

সমাধান: 29 থেকে 38 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = (38-29) + 1 = 10টি।

29 থেকে 38 পর্যন্ত মোট মৌলিক সংখ্যা = 3টি হলো- 29, 31 এবং 37.

সুতরাং ইচ্ছেমত একটি নিলে তা মৌলিক সংখ্যা হওয়ার

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{3}{10} \text{ (Ans)}$$

০৫. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যে কোন একটিকে ইচ্ছে মত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৮-তম বিসিএস]

(ক) $\frac{5}{11}$ (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{6}{11}$ উত্তর: ক

সমাধান: 30 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা 11টি এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 31 ও 37.

আবার 5এর গুণিতক হলো 30, 35 ও 40.

\therefore 30-40 পর্যন্ত সংখ্যাটি মৌলিক বা 5-এর গুণিতক

$$\text{হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$$

০৬. 1 থেকে 880 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা- [৪১তম বিসিএস]

(ক) $\frac{1}{22}$

(খ) $\frac{1}{68}$

(গ) $\frac{1}{60}$

(ঘ) $\frac{2}{65}$

উত্তর: ক

সমাধান:

১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ৪৪০ টি।

আবার ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত বর্গ সংখ্যাগুলো হলো,

১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ৩৬, ৪৯, ৬৪, ৮১ ৪০০ = ২০টি।

কারণ, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$ এভাবে $(20)^2 = 400$

কিন্তু $(21)^2 = 441$ যা ৪৪০ থেকে বড় হওয়ায় ২১ বাদ দিয়ে ২০ এর আগ পর্যন্ত অর্থাৎ ২০টি সংখ্যা নিতে হবে।

∴ ১টি সংখ্যা নিলে তা বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{20}{440} = \frac{1}{22}$$

০৭. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট ৫ দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৬তম বিসিএস]

ক. 1

খ. $\frac{5}{7}$

গ. $\frac{2}{7}$

ঘ. $\frac{1}{7}$

উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু ৭দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয়েছে ৫দিন।

সুতরাং বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{7}$, সুতরাং বুধবার বৃষ্টি না

হওয়ার সম্ভাবনা $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$ (কারণ বৃষ্টি হওয়া এবং না

হওয়া মিলে মোট সম্ভাবনা 1 এবং বৃষ্টি না হওয়া দুদিনের যে কোন একটি দিন বুধবার)